=1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC

DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1975

ORSZÁGOS MŰ... DOKUMENTÁ... 1883 BUDAPEST ... KÖNYVTÁR

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC

DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1975

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2 1975

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

S U M A R

Pag.

HUGO ROSMAN, Transferul puterii active maxime prin dipoli neliniari inerţiali, în regim permanent sinusoidal (germ., rez. rom.) 7

SAVEL MITREA, Oscilaţii forţate simetrice şi nesimetrice ale unui circuit neliniar descris de o ecuaţie diferenţială de tip Duffing (engl., rez. rom.) 15

M. ANTONESCU, Asupra soluţionării numerice a ecuaţiilor de funcţionare ale unei bobine neliniare comandate prin reacţie (germ., rez. rom.) . . 21

D. BĂRBULESCU, Punte echilibrată pentru determinarea factorului de putere (rom., rez. franc.) 27

M. CREŢU, Asupra radiomăsurării semnalelor alternative de joasă frecvenţă (germ., rez. rom.) 31

C. HARJA şi AL. VALACHI, Algoritm de înmulţire binară rapidă pentru un calculator tip serie (rom., rez. franc.) 35

P. LEONTE şi I. HRISTODORESCU, Asupra posibilităţii utilizării calculatoarelor cifrice la studiul mecanismelor feromagnetice magnetizate ortogonal (rom., rez. germ.) 39

I. ANDRONE, Cuplul electromagnetic al unui motor de inducţie cu statorul în formă de arc, întrefier axial şi rotor masiv (engl., rez. rom.) 45

IOSIF BERGMAN, Unele consideraţii privind acţionarea războaielor de ţesut cu motoare asincrone (germ., rez. rom.) 57

AL. SIMION, Contribuţii la studiul maşinii reactive monofazate cu înfăşurare divizată şi redresor în înfăşurarea suplimentară, funcţionînd la curent sinusoidal (germ., rez. rom.) 65

VALERIU MUNTEANU şi N. ALEXANDRU, Funcţii de transfer ataşate sistemelor automate liniare cu parametri variabili în timp (II) (engl., rez. rom.) 73

VIRGIL ALEXANDRESCU, Asupra optimizării dinamice a unui sistem electromagnetic (franc., rez. rom.) 79

I. BEJAN, I. ŢIŢARIU, GHERGHINA BALABAN şi D. ASANDEI, Consideraţiuni privind influenţa insensibilităţii elementului de măsură din schema de comparaţie, asupra formei caracteristicilor în protecţiile de impedanţă (rom., rez. franc.) 85

RECENZII 95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXI (XXV), Fasc. 1—2 1975

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

HUGO ROSMAN, Übertragung der maximalen Wirkleistung durch nichtlineare, träge Zweipolen, in stationärem sinusförmigen Zustand (German, Romanien summary) 7

SAVEL MITREA, Symmetrical and Unsymmetrical Forced Oscillation in a Nonlinear Circuit Described by the Duffing's Differential Equation (English, Romanian summary) 15

M. ANTONESCU, Über die numerische Lösung der Gleichungen einer nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spule (German, Romanian summary) 21

D. BĂRBULESCU, Pont équilibré pour la détermination du facteur de puissance (Romanian, French summary) 27

M. CREŢU, Über die Funkmessung der Module von Wechselgrößen niederer Frequenz (German, Romanian summary) 31

C. HARJA et AL. VALACHI, Algorithme de multiplication binaire rapide pour un calculateur série (Romanian, French summary) 35

P. LEONTE und I. HRISTODORESCU, Über die Benützungsmöglichkeit der Digitalrechner zum Studium der ferromagnetischen orthogonal magnetisierten Mechanismen (Romanian, German summary) 39

I. ANDRONE, The Electromagnetic Torque of an Induction Motor with Arch Stator, Axial Air-gap and Solid Rotor (English, Romanian summary) 45

IOSIF BERGMAN, Betrachtungen über der Drehstromasynchronmotoren die Webstühle antreiben (German, Romanian summary) 57

AL. SIMION, Beiträge zum Studium der mit Sinusstrom gespeisten Einphasen - Reluktanzmaschine mit geteilter Wicklung und Gleichrichter in der Zusatzwicklung (German, Romanian summary) 65

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU, Transfer Functions Attached to Linear Automatic Systems with Time-varying Parameters (II) (English, Romanian summary) 73

VIRGIL ALEXANDRESCU, Sur la stabilité dynamique optimale d'un réseau de transmission de l'énergie électrique (French, Romanian summary) . . 79

I. BEJAN, I. ŢIŢARIU, GHERGHINA BALABAN et D. ASANDEI, Considérations concernant l'influence de l'insensibilité de l'élément de mesure du schéma de comparaison sur la forme des caractéristiques dans les protections d'impédance (Romanian, French summary) 85

BOOK REVIEWS 95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXI (XXV), Вып. 1–2 1975

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ГУГО РОСМАН, Передач максимального активного мощности через нелинейных, неинерционных диполях в синусоидального, установившемся режиме (нем., рез. рум.) 7

САВЕЛ МИТРЯ, Симметричные и несимметричные вынужденные колебания в нелинейной цепи описываемой дифференцяльном уравнением типа Дуффинга (англ., рез. рум.) 15

М. АНТОНЕЗСКУ, К численным решением нелинейного катушка с обратной связью (нем., рез. рум.) 21

Д. БЭРБУЛЕСКУ, Уравновешенный мост для измерения коэффициента мощности (рум., рез. франц.) 27

М. КРЕЦУ, К радиоизмерению модуля переменных сигналов низкого частота (нем., рез. рум.) 31

К. ХАРЖА и АЛ. ВАЛАКИ, Двойчный умножительный алгоритм на вычислительных машин с последовательного действия (рум., рез. франц.) 35

П. ЛЕОНТЕ и И. ХРИСТОДОРЕСКУ, Об использовании вычислительных цифровых машин в исследовании ферромагнитных механизмов с ортогональным намагничиванием (рум., рез. нем.) 39

И. АНДРОНЕ, Электромагнитный момент в дугостаторном асинхронном двигателем с аксиальном зазором и массивном ротором (англ., рез. рум.) 45

ИОСИФ БЕРГМАН, Некоторые примечания об асинхронных двигателей для привода ткацких станков (нем., рез. рум.) 57

АЛ. СИМИОН, К изученю однофазной реактивной машины, работающей при синусоидальном токам, с распределенной обмоткой и с выпрямителем в дополнительной обмотке (нем., рез. рум.) 65

ВАЛЕРИУ МУНТЯНУ и Н. АЛЕКСАНДРУ, Передаточные функции линейных автоматических систем с переменными параметрами (II) (англ., рез. рум.) 73

ВИРДЖИЛ АЛЕКСАНДРЕСКУ, К вопросу оптимизации динамической устойчивости электрических систем (франц., рез. рум.) 79

И. БЕЖАН, И. ЦИЦАРИУ, ГЕРГИНА БАЛАБАН и Д. АСАНДЕЙ, Соображения в связи с действием нечуствительности измерительного элемента схемы сравнении на форму характеристик в импедансных защитах (рум., рез. франц.) 85

РЕЦЕНЗИИ 95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. K. 621.392.4: 621.316

DIE ÜBERTRAGUNG DER MAXIMALEN WIRKLEISTUNG DURCH NICHTLINEARE, TRÄGE ZWEIPOLEN, IN STATIONÄREM SINUSFÖRMIGEM ZUSTAND

VON
HUGO ROSMAN

1. Einleitung

Die zu einem nichtlinearen Zweipol Anpassungsbedingungen eines passiven, trägen, linearen oder nichtlinearen Verbrauchers, zwecks Übertragung maximalen Wirkleistung, sind in der Fachliteratur kaum untersucht worden. In dieser Richtung, erwähnen wir das vom E. Simion [1] unternommene Studium, das sich auf Übertragung der maximalen Leistung durch nichtlineare Zweipolen in stationärem Gleichstromzustand bezieht, als auch die von F. Spinei in seiner Doktorarbeit [2] angegebenen Bemerkungen, die sich in einen Satz der Übertragung durch nichtlineare, träge Zweipolen, in stationärem, periodischem Zustand zusammenfassen lassen. Gleichfalls, kann man, in der selben Reihenfolge, auch das von T. D. Gligor [3] ausgearbeitete numerische Verfahren für die Bestimmung der Übertragung der maximalen Wirkleistung im Bogen (ein- oder dreiphasig) des elektrischen Ofens, der als nichtliniares nichtträges Element betrachtet wird, erwähnen.

Im Folgenden bezweckt man ein ausführliches Studium der Bedingungen, die die Übertragung der maximalen Wirkleistung durch nichtlineare, träge Zweipolen, in stationärem, sinusförmigem Zustand ermöglichen, in dem man die statischen Parametern der nichtlinearen, nichtträgen Elementen (Widerstände, Spulen und Kondensatoren) verwendet werden, unter der Voraussetzung, daß sie träge sind [4].

2. Der Satz der maximalen Wirkleistungsübertragung durch nichtlineare, träge Zweipolen in stationärem, sinusförmigem Zustand

Da die Signalen in einem nichtlinearen, trägen, sinusförmigerregten Kreis, auch sinusförmig sind, bietet sich die Möglichkeit diese Signalen mit der Hilfe der symbolischen Methode durch Komplexaugenblicks- oder -effektivwerte darzustellen.

Infolgedessen (s. auch [2]), in diesen Fällen lässt sich der für die linearen passiven, Zweipolen bekannte Ergebnis (z. B. [5]) zu den der nichtlinearen, trägen, sinusförmigerregten Zweipolen erweitern. Wird der in der Abb. 1 dargestellte Kreis betrachtet, dann werden die bekannten analytischen Bedingungen folgender maßen gewonnen:

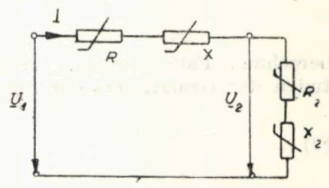


Abb. 1

(1) $$R_2 = R, \quad X_2 = -X,$$

wobei

(2) $$P_{2\max} = \frac{U_1^2}{4R}.$$

Aber, sowohl die statischen Parametern des Zweipols (R, X) als auch die des Verbrauchers (R_2, X_2), lassen sich als Funktionen der Amplitude der Erregungssignal bestimmen, in dem das nichtlineare nichtträge Element durch ein äquivalentes, träges, ersetzt wird. Dann

$$R = R(A_m),\ X = X(A_m),\ R_2 = R_2(A_m),\ X_2 = X_2(A_m), \tag{3}$$

wo A_m entweder die Amplitude der Spannung oder der Stromes darstellt. Im in der Abb. 1 angegebenen Kreis ist es vorteilhaft die Parametern als Funktionen der Stromamplitude zu schreiben, sodaß die Bedingungen (1) werden:

$$R_2(I_m) = R(I_m),\ X_2(I_m) = -X(I_m). \tag{4}$$

Endlich kann man den

Satz des maximalen Wirkleistungsübertragung durch einem nichtlinearen, trägen Zweipol in stationärem sinusförmigem Zustand abfassen. *Die nötige und hinreichende Bedingung, damit ein nichtlinearer, träger, passiver, von eine idealen, sinusförmigen Spannungsquelle erregter Zweipol zu einem nichtlinearen, trägen, passiven Verbraucher die maximale Wirkleistung überträgt, ist dass die Gleichungen:*

$$\rho(I_m) = 0,\quad \xi(I_m) = 0, \tag{5}$$

wobei

$$\rho(I_m) = R(I_m) - R_2(I_m),\quad \xi(I_m) = X(I_m) + X_2(I_m), \tag{6}$$

wenigstens einen gemeinsamen, reelen, positiven Wurzel zu lassen.

Bemerkung. Während im Falle der linearen Zweipollen lässt sich immer ein Vorgang der maximaler Wirkleistungsübertragung feststellen, im Falle der nichtlinearen, trägen Zweipolen besteht entweder die Möglichkeit mehreren Vorgänge oder keinen dieser Art zu identifizieren.

3. Die statischen Parametern der nichtlinearen nichtträgen Elementen, die als träge betrachtet werden

Betrachtet wird ein nichtlinearer, nichtträger Widerstand, der träger angenommen wird, durch den der sinusförmige Strom:

$$i = I_m \cos \alpha,\quad \alpha = \omega t + \gamma, \tag{7}$$

fliesst, und dessen Kennlinie als $u(i)$ gegeben ist.

Die Amplitude des Spannungsgrundterms an den Klemmen des Widerstandes lässt sich mittels der Beziehung:

$$U_{1m} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} u\,(I_m \cos \alpha) \cos \alpha \, d\alpha \tag{8}$$

berechnen. Falls man den statischen Parameter des Widerstandes als Verhältnis der Amplituden des Grundterms der Spannung an den Klemmen und des Stromes definiert:

$$R = \frac{U_{1m}}{I_m}, \tag{9}$$

berücksichtigend (8) ergibt sich für den Widerstand der Ausdruck:

$$R = \frac{1}{\pi I_m} \int_0^{2\pi} u(I_m \cos\alpha) \cos\alpha \, d\alpha \,. \tag{10}$$

Man approximiert die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes durch den Polynomen:

$$u(i) = a_1 i + a_3 i^3, \quad (a_1 > 0, \quad a_3 \gtrless 0). \tag{11}$$

Setzt man den Ausdruck des Stromes in die Gleichung (11) ein, nach Ausführung der Berechnungen erhält man:

$$u(I_m \cos\alpha) = \left(a_1 I_m + \frac{3}{4} a_3 I_m^3\right) \cos\alpha + \frac{1}{4} a_3 I_m^3 \cos 3\alpha \,. \tag{12}$$

Der durch die Beziehung (10) definierte Widerstand wird in diesen Fall:

$$R = \frac{1}{\pi I_m} \int_0^{2\pi} \left[\left(a_1 I_m + \frac{3}{4} a_3 I_m^3\right) \cos\alpha + \frac{1}{4} a_3 I_m^3 \cos 3\alpha\right] \cos\alpha \, d\alpha \,, \tag{13}$$

oder endgültig:

$$R = a_1 + \frac{3}{4} a_3 I_m^2 \,. \tag{14}$$

Auf ähnliche Weise lässt sich auch der analytische Ausdruck der induktiven Reaktanz einer nichtlinearen, nichtträgen Spulen, oder einer kapazitiven Reaktanz eines nichtlinearen, nichtträgen Kondensators, bestimmen.

Wird im ersten Fall die Magnetisierungskennlinie durch den Polynomen:

$$\psi = b_1 i - b_3 i^3, \quad (b_1 > 0, \quad b_3 \gtrless 0), \tag{15}$$

approximiert, und annehmend daß die induktive Reaktanz als Amplitudenverhältniss der Grundterm der Spannung an den Klemmen und des Stromes definiert ist, gewinnt man den Ausdruck:

$$X_L = b_1 \omega - \frac{3}{4} b_3 \omega I_m^2 \,. \tag{16}$$

Eine ähnliche Approximierung wird in zweiten Fall für die Kennlinie des Kondensators verwendet:

$$u = c_1 q + c_3 q^3, \quad (c_1 > 0, \quad c_3 \gtrless 0), \tag{17}$$

und wenn man wie vorher die kapazitive Reaktanz definiert, folgt

$$X_C = \frac{c_1}{\omega} + \frac{3c_3}{4\omega^3} I_m^2 \,. \tag{18}$$

4. Der allgemeine Fall

Es wird der in der Abb. 2 dargestellte nichtlineare träge Zweipole berücksichtigt, unter der Voraussetzung, daß an seinen Klemmen ein nichtlinearer, träger Verbraucher, mit der in der selben Abbildung angedeuteten Struktur eingeschaltet ist.

Auf dem Grund der im § **3** festgestellten Ergebnisse, kann man die analytischen Ausdrücke der Parametern des Zweipoles und des Verbrauchers folgendermaßen schreiben:

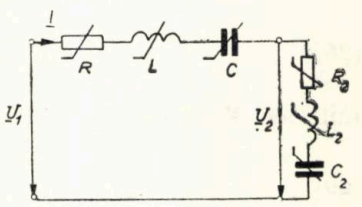


Abb. 2

$$(19)\qquad R(I_m) = a_1' + \frac{3}{4} a_3' I_m^2, \quad R_2(I_m) = a_1'' + \frac{3}{4} a_3'' I_m^2;$$

$$(20)\qquad X_L(I_m) = b_1' \omega - \frac{3}{4} b_3' \omega I_m^2, \quad X_{2L}(I_m) = b_1'' \omega - \frac{3}{4} b_3'' \omega I_m^2;$$

$$(21)\qquad X_C(I_m) = \frac{c_1'}{\omega} + \frac{3c_3'}{4\omega^3} I_m^2, \quad X_{2C}(I_m) = \frac{c_1''}{\omega} + \frac{3c_3''}{4\omega^3} I_m^2.$$

Gleichzeitig, für die Reaktanzen begründet man die Ausdrücke:

$$(22)\qquad \begin{cases} X(I_m) = X_L(I_m) - X_C(I_m) = b_1' \omega - \dfrac{c_1'}{\omega} - \dfrac{3}{4}\left(b_3' \omega + \dfrac{c_3'}{\omega^3}\right) I_m^2, \\ X_2(I_m) = X_{2L}(I_m) - X_{2C}(I_m) = b_1'' \omega - \dfrac{c_1''}{\omega} - \dfrac{3}{4}\left(b_3'' \omega + \dfrac{c_3''}{\omega^3}\right) I_m^2. \end{cases}$$

Unter Berücksichtigung der Beziehungen (19) und (22), aus (6) folgt:

$$(23)\qquad \rho(I_m) = a_1' - a_1'' + \frac{3}{4}(a_3' - a_3'') I_m^2,$$

$$(24)\qquad \xi(I_m) = (b_1' + b_1'')\omega - \frac{1}{\omega}(c_1' + c_1'') - \frac{3}{4}[(b_1' + b_3'')\omega + \frac{1}{\omega^3}(c_3' + c_3'')] I_m^2.$$

Werden die Abkürzungen

$$(25)\qquad \begin{cases} a_1' - a_1'' = a_1 \gtrless 0, & a_1' - a_3'' = a_3 \gtrless 0, \\ b_1' + b_1'' = b_1 > 0, & b_1' + b_1'' = b_3 \gtrless 0, \\ c_1' + c_1'' = c_1 > 0, & c_3' + c_3'' = c_3 \gtrless 0, \end{cases}$$

eingeführt, dann lassen sich die Ausdrücke (23) und (24) endgültig bestimmen:

$$(26)\qquad \rho(I_m) = a_1 + \frac{3}{4} a_3 I_m^2,$$

$$(27)\qquad \xi(I_m) = b_1 \omega - \frac{c_1}{\omega} - \frac{3}{4}\left(b_3 \omega + \frac{c_3}{\omega^3}\right) I_m^2.$$

Unter Berücksichtigung dieser Bedingungen, das Gleichungsystem (5) wird:

$$(28)\qquad a_1 + \frac{3}{4} a_3 I_m^2 = 0, \quad b_1\omega - \frac{c_1}{\omega} - \frac{3}{4}\left(b_3 \omega + \frac{c_3}{\omega^3}\right) I_m^2,$$

mit den Wurzeln:

$$(29)\qquad I_m^{(\rho)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}}, \quad I_m^{(\xi)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \omega \sqrt{\frac{b_1\omega^2 - c_1}{b_3\omega^4 + c_3}}.$$

Um diese Wurzeln reel zu sein ist es nötig und hinreichend, daß:

$$\text{sign } a_1 = -\text{sign } a_3, \tag{30}$$

$$\text{sign } (b_1\omega^2 - c_1) = \text{sign } (b_3\omega^4 + c_3)\,. \tag{31}$$

Die Übereinstimmung der Lösungen (29) ist für jene reele, positive Werte der Winkelgeschwindigkeit ω realisierbar, die Wurzeln der Gleichung:

$$(a_1b_3 + a_3b_1)\,\omega^4 - a_3c_1\omega^2 + a_1c_3 = 0 \tag{32}$$

sind, also für

$$\omega_{P_{2\max}} = \sqrt{\frac{a_3c_1 \pm \sqrt{a_3^2c_1^2 - 4a_1c_3(a_1b_3 + a_3b_1)}}{2(a_1b_3 + a_3b_1)}}\,, \tag{33}$$

unter der Voraussetzung, daß

$$a_3^2c_1^2 \geqslant 4a_1c_3(a_1b_3 + a_3b_1)\,. \tag{34}$$

Werden also die nichtlinearen Kennlinien der Wiederständen, Spulen und Kondensatoren mit unvollständigen dritten Grades, von der Form (11), (15), bzw. (17) Polynomen approximiert, die Übertragung der maximalen Wirkleistung durch einen nichtlinearen, trägen Zweipol ist möglich bei einer oder mehreren Voraussetzungen, daß die Einschrenkungen (30), (31), (34) erfüllt sind.

Wenn man sowohl die Beziehungen (29_1) des Stromes betrachtet, die dem Vorgang des maximalübertragenen Wirkleistung entspricht, als auch die Notierungen (25), der Ausdruck (19_1) des Zweipolwiderstandes in diesem Vorgang ist

$$R_{P_{2\max}} = \frac{a_1''a_3' - a_1'a_3''}{a_3' - a_3''} \tag{35}$$

und die maximale, dem Verbraucher übertragene Wirkleistung errechnet sich mittels:

$$P_{2\max} = U_1^2\,\frac{a_3' - a_3''}{4(a_1''a_3' - a_1'a_3'')}\,. \tag{36}$$

Bemerkungen. 1°. Aus der Analyse der einschrenkenden Ungleichungen (31) und (34), ergibt sich, daß die Realisierung des Vorganges für den die maximale Wirkleistung durch dem in der Abb. 2 dargestellten nichtlinearen, trägen Zweipol nicht immer erfolgreich ist. Dafür müssen die Approximierungskoeffizienten der Kennlinien der nichtlinearen Elemente einige Bedingungen erfüllen.

2° Aus den Beziehungen (30) und (31) lassen sich noch folgende Bemerkungen herausziehen:

a) Falls $a_1' > a_1''$ dann $a_3'' < a_3''$; b) falls $a_1' < a_1''$ dann $a_3' > a_3''$; c) falls $\omega > \sqrt{c_1/b_1}$, dann entweder $b_3 > 0$, $c_3 > 0$ oder sign $b_3 = -$ sign c_3, aber $b_3\omega^4 + c_3 > 0$; d) falls $\omega < \sqrt{c_1/b_1}$, dann folgt $b_3 < 0$, $c_3 < 0$, oder sign $b_3 =$ $= -$ sign c_3, aber $b_3\omega^4 + c_3 < 0$.

3° Die Gleichung (31) lässt sich mittels der Ungleichung:

$$b_1 b_3 \omega^6 - b_3 c_1 \omega^4 + b_1 c_3 \omega^2 - c_1 c_3 \geqslant 0 \tag{37}$$

untersuchen. Im allgemeinen Fall ist es ziemlich schwierig in so ein Studium einzusteigen.

5. Partikuläre Fälle

5.1. Nichtlineare Widerstände

Betrachtet sei der in der Abb. 3 dargestellte Kreis, in dem sowohl der Widerstand des Zweipoles, als auch der des Verbrauchers nichtlinear und analytisch approximierbar sind mit der von der Form (19) Beziehungen. Gleichzeitig seien ihre Reaktanzen, linear.

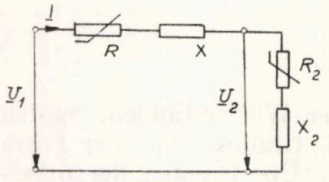


Abb. 3

Die Übertragung der maximalen Wirkleistung erfolgt in jenen Vorgang in dem die Stromamplitude von der Beziehung (29_1) bestimmt wird, während die Frequenz der Erregungsspannung den Wert hat bei dem im Kreis die Spannungsresonanz stattfindet.

Ähnliche Ergebnisse lassen sich herleiten wenn einer von den Widerständen R_1, R_2 linear ist.

5.2. Nichtlineare Reaktanze

Im Falle des in der Abb. 4 dargestellten Kreis in dem die Spulen und die Kondensatoren nichtlinear sind, der Vorgang der maximalen Wirkleistungsübertragung findet dann statt, wenn die Stromamplitude von der Beziehung (29_2) bestimmt wird.

Die in diesem Vorgang zum Verbraucher übertragene Wirkleistung lässt sich folgendermaßen errechnen:

$$P_{2\max} = \frac{4}{3} R\omega^2 \frac{b_1\omega^2 - c_1}{b_3\omega^4 + c_3}, \tag{38}$$

wobei die Gleichungen (1) und (29_2) berücksichtigt werden sind.

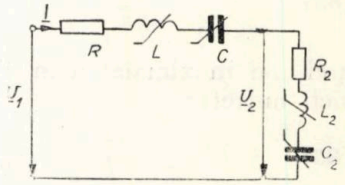


Abb. 4

Es besteht die Möglichkeit diese Wirkleistung als Funktion der Frequenz der Erregungspannung zu betrachten, $P_{2\max}(\omega)$, und auf dieser Weise ein entsprechendes Studium zu unternehmen. Zu diesem Zweck ist es sinvoll die Ableitung

$$\frac{dP_{2\max}}{d\omega} = \frac{8}{3} R\omega \frac{b_3 c_1 \omega^4 + 2 b_1 c_3 \omega^2 - c_1 c_3}{(b_3\omega^4 + c_3)^2} \tag{39}$$

herzuleiten, die sich gleich null für

$$\omega = \omega_{P_{2\max}} = \sqrt{\frac{-b_1 c_3 \pm \sqrt{b_1^2 c_3^2 + b_3 c_1^2 c_3}}{b_3 c_1}} \tag{40}$$

stellt. Offenbar, hat diese Winkelgeschwindigkeit physikalische Bedeutung nur falls sie positiv ist und die Zeichenbedingung (31) erfüllt.

Von Interesse ist auch der Fall in dem entweder die Spulen oder die Kondensatoren des Zweipoles oder des Verbrauchers linear sind. In ersten Fall:

(41) $$\xi(I_m) = b_1\omega - \frac{1}{\omega C_0} - \frac{3}{4} b_3 \omega I_m^2$$

und in zweiten

(42) $$\xi(I_m) = \omega L_0 - \frac{c_1}{\omega} - \frac{3}{4}\cdot\frac{c_3}{\omega^3} I_m^2 ,$$

wobei

(43) $$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_2}, \quad L_0 = L + L_2.$$

Es lässt sich ohne Schwierigkeiten feststellen, daß während im Falle der Kreisen mit nichtlinearen Spulen die Bedingung

(44) $$I_m = \frac{2}{\sqrt{3}\omega}\sqrt{\frac{b_1 C_0\omega^2 - 1}{b_3 C_0}}$$

führt, für die Kreisen die nichtlinearen Kondensatoren enthalten gilt

(45) $$I_m = \frac{2\omega}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{L_0\omega^2 - c_1}{c_3}}.$$

Die Berücksichtigung dieser Ausdrücke führt zur Schlußfolgerung, daß in beidem Fällen, die Realisierung maximaler Wirkleistungsübertragung möglich ist nur für die Winkelgeschwindigkeiten die einen bestimmten kritischen Wert überschreiten.

Beispielsweise, für Kreisen mit nichtlinearen Spulen gilt:

(46) $$\omega > \omega_{L_{cr}} = \frac{1}{\sqrt{b_1 C_0}}$$

und für Kreisen mit nichtlinearen Kondensatoren

(47) $$\omega > \omega_{C_{cr}} = \sqrt{\frac{c_1}{L_0}} .$$

Für den Fall, daß entweder die Spule des Zweipoles und der Kondensator des Verbrauchers, oder der Kondensator des Zweipoles und die Spule des Verbrauchers nichtlineare Elemente sind, lässt sich das Problem der maximalen Wirkleistungsübertragung ähnlich studieren.

6. Schlußfolgerungen

Es werden die Bedingungen der maximalen Wirkleistungsübertragung durch nichtlinearen, trägen Zweipolen, in stationärem sinusförmigem Zustand festgestellt.

Einige speziälle Fälle werden auch betrachtet.

Eingegangen am 10. August 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der
Elektrotechnik und Elektrische
Messungen

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

1. S i m i o n E., *Über die Leistungsübertragung durch nichtlineare Zweipole.* Nachrichtentechnik, **22**, *10*, 328 (1972).

2. Spinei F., *Contribuții privind teoria circuitelor electrice cu elemente neliniare și cu parametri variabili.* Dokt. Diss., Technische Hochschule, Bukarest, 1971.
3. Gligor T. D., *Contribuții la studiul arcului electric în curent alternativ și a influenței neliniarității sale asupra instalațiilor de alimentare a cuptoarelor cu arc.* Dokt. Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1973.
4. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare și parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
5. Rosman H., Savin Gh., *Circuite electrice liniare. I. Analiza circuitelor liniare în regim permanent.* Bd. I, Technische Hochschule, Jassy, 1973.

TRANSFERUL PUTERII ACTIVE MAXIME PRIN DIPOLI NELINIARI INERȚIALI ÎN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

(Rezumat)

Se stabilește următoarea

Teoremă. *Condiția necesară și suficientă pentru ca un dipol neliniar inerțial pasiv alimentat de un generator ideal de tensiune sinusoidală, să transfere unui receptor neliniar inerțial pasiv puterea activă maximă, este ca ecuațiile*

$$\rho(I_m) = 0, \quad \xi(I_m) = 0,$$

unde

$$\rho(I_m) = R(I_m) - R_2(I_m), \quad \xi(I_m) = X(I_m) + X_2(I_m),$$

cu $R(I_m)$, $X(I_m)$ *— parametrii dipolului,* $R_2(I_m)$, $X_2(I_m)$ *— parametrii receptorului,* I_m *— amplitudinea curentului din dipol, să admită cel puțin o rădăcină reală, pozitivă, comună.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. C. 621.316

SYMMETRICAL AND UNSYMMETRICAL FORCED OSCILLATIONS IN A NONLINEAR CIRCUIT DESCRIBED BY THE DUFFING'S DIFFERENTIAL EQUATION

BY

SAVEL MITREA

1. Introduction

The behaviour of the circuit shown in Fig. 1 was investigated by C. Hayashi [1]. It is described by the Duffing's equation

$$\frac{d^2\Phi}{d\tau^2} + k\frac{d\Phi}{d\tau} + c_1\Phi + c_3\Phi^3 + c_5\Phi^5 + \ldots = B\cos\nu\tau, \tag{1}$$

whose solution is found by the harmonic balance method. The steady state response is assumed in the form of a Fourier series with unknown coefficients which substituted into the left member of eq. (1) yields a set of nonlinear algebraic equations. This set of equations is difficult to solve in the case of subharmonic response since the number of terms required in the series increases as the order of subharmonic investigated decreases. Also, the degree of difficulty is higher in the cases where nonlinearity is sharp. The determination of stability is another difficult problem if one resorts to the description of the circuit by nonlinear differential equations.

As it will come out of the present paper, a piece-wise approach of the circuit is more appropriate since the degree of difficulty does not depend on the order subharmonic response which is to be investigated. This relies on the fact that the response waveform is the same regardless the order of the subharmonic response.

2. Determination of the Steady Stade Response and Stability

Fig. 1 shows the circuit investigated and the piece-wise linear characteristic of nonlinear inductance. While the flux linkage Ψ varies within the limits $+\Psi_s$ and $-\Psi_s$, the current through the inductance remains zero and the voltage accross the capacitor decreases exponentially. We will refer to this interval as nonconducting interval. When flux linkage Ψ reaches either the value $+\Psi_s$ or $-\Psi_s$, conducting intervals follow. By starting with the initial conditions $+\Psi_s$ and $V_{c0} > V$ the transient capacitor voltage waveform may be as that shown in Fig. 2.

If conducting intervals α_j are very small as compared to the half period of applied sine-voltage we may consider that the applied voltage remains constant over these intervals and has the value $v=V\sin(\tau_j+\theta)$. Also we assume that the time constant RC is sufficiently large so as the circuit to be considered nondissipative over the conducting intervals.

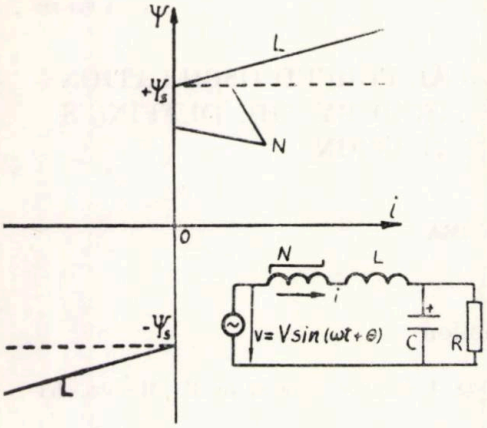


Fig. 1

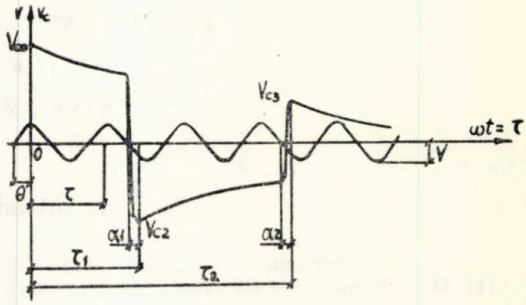


Fig. 2

The circuit is described by eq.

$$\omega\frac{d\Psi}{d\tau}=V\sin(\tau+\theta)-V_{cj}\,e^{-\tau/RC\omega} \tag{2}$$

over nonconducting intervals and by eq.

$$\omega^2LC\frac{d^2v_c}{d\tau^2}+v_c=V\sin(\tau_j+\theta) \tag{3}$$

over conducting intervals.

In the remaining of the paper we shall be using the same notations for voltages as in eqs. (2) and (3) although they vill be normalized with respect to the quantity $\omega\Psi_s$. Also, flux linkages will be normalized with respect to Ψ_s.

By taking account of initial and final conditions of each interval the solutions of eqs. (2) and (3) give, for the first four intervals of the waveform shown in Fig. 2, the following expressions :

$$\begin{cases} -V[\cos(\tau_1+\theta)-\cos\theta]+V_{c0}(e^{-\eta\tau_1/\pi}-1)\pi/\eta=-2, \\ 2V\sin(\tau_1+\theta)-V_{c0}\,e^{-\eta\tau_1/\pi}-V_{c2}=0, \\ -V[\cos(\tau_2+\theta)-\cos(\tau_1+\theta)]+V_{c2}(e^{-\eta\tau_2/\pi}-e^{-\eta\tau_1/\pi})\pi/\eta=2, \\ 2V\sin(\tau_2+\theta)-V_{c2}\,e^{-\eta(\tau_2-\tau_1)/\pi}-V_{c3}=0, \end{cases} \tag{4}$$

where $\eta=\pi/RC\,\omega$ represents the quotient of half period of the applied voltage to the time constant RC.

2.1. Symmetrical Waveform

We retain from (4) the first two equations then set the periodicity conditions $V_{c2}=-V_{c0}, \tau_1 = k\pi$ and solve for V, V_{c0}. We get the quantitative description of symmetrical harmonic waveform ($k = 1$) and symmetrical subharmonic waveforms ($k = 3, 5, 7,...$):

$$V = \eta/(\pi \sin\theta - \eta\cos\theta),\ V_{c0} = 2\eta/(e^{-k\eta} - 1)(\eta\cos\theta - \pi\sin\theta). \tag{5}$$

The result obtained from (5) is valid only if $-1 < \Psi/\Psi_s < 1$ for all $0 < \tau < k\pi$. The normalized flux linkage Ψ/Ψ_s has the form

$$\Psi/\Psi_s = -V[\cos(\tau + \theta) - \cos\theta] + V_{c0}(e^{-\eta\tau/\pi} - 1)\pi/\eta + 1, \tag{6}$$

which is obtained from the integration of eq. (2).

The amplitude of harmonics of the waveform are calculated with the relation

$$V_{ch} = 2V_{c0}\,(e^{-k\eta} + 1)(k^2\eta^2 + \pi^2h^2)^{-1/2}, \tag{7}$$

where $h = 1, 3, 5,...$ stands for the order of harmonic components.

The stability of oscillation is ensured if a small perturbation dV_{c0} will result in a variation of V_{c2} so as to have $|dV_{c2}/dV_{c0}| < 1$. In order to get dV_{c2}/dV_{c0} we differentiate eqs. (4_1) and (4_2) with respect to V_{c0} keeping in mind that V and θ are not affected by the perturbation dV_{c0}. Since the oscillation is perturbed about the steady state we set $\tau_1 = k\pi$ and $V_{c2} = -V_{c0}$. Finally, we get

$$dV_{c2}/dV_{c0} = e^{-k\eta} + 2\pi(e^{-k\eta} - 1)/\eta\ \mathrm{tg}\theta. \tag{8}$$

2.2. Unsymmetrical Waveform

We consider the whole set (4) then set the periodicity conditions $V_{c3} = V_{c0}$, $\tau_2 = 2k\pi$. We get, after a few simple manipulations, the set of linear equations

$$\begin{bmatrix} A_{11} \cdots A_{14} \\ \cdot \quad\ \cdot \\ \cdot \quad\ \cdot \\ \cdot \quad\ \cdot \\ A_{41} \cdots A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V\sin\theta \\ V\cos\theta \\ V_{c0} \\ V_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

where $A_{ij} = f_{ij}(\tau_1, \eta, k)$. This set has solution for any $0 < \tau_1 < 2k\pi$, except for $\tau_1 = k\pi$ which corresponds to the symmetrical case. The solutions are valid if the condition $-1 < \Psi/\Psi_S < 1$ is met for any τ over the two nonconducting intervals.

In order to determine the stability of solutions, eqs. (4) are differentiated with respect to V_{c0}, taking into account that V and θ are not affected by dV_{c0}, and the set of linear equations

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{d}\tau_1/\mathrm{d}V_{c0} \\ \mathrm{d}V_{c2}/\mathrm{d}V_{c0} \\ \mathrm{d}\tau_2/\mathrm{d}V_{c0} \\ \mathrm{d}V_{c3}/\mathrm{d}V_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

is solved for $\mathrm{d}V_{c3}/\mathrm{d}V_{c1}$. If $|\mathrm{d}V_{c3}/\mathrm{d}V_{c0}| < 1$ the solution is stable. Coefficients s_{ij}, c_1, c_2 are calculated by substituting into their expressions the values of V, θ, V_{c1}, V_{c2}, τ_1 determined from (9) and by also taking into account that $V_{c3} = V_{c1}$ and $\tau_2 = 2k\pi$.

3. Application

3.1. Harmonic and Third Subharmonic Oscillations

Expressions (5) were used to calculate amplitude of applied sine-voltage V and initial capacitor voltage V_{c0} for $0 < \theta < \pi$. The curves V vs. V_{c0} and θ vs. V_{c0} are shown in Fig. 3 for the harmonic oscillation ($k = 1$, $\eta = 0.45$) and in Fig. 4 for the third subharmonic oscillation ($k = 3$, $\eta = 0.45$). The abscissas of the curves V vs. V_{c0} multiplied by appropriate constants, as shown by relation (7), give the amplitude characteristics V vs. V_{ch}.

Both harmonic and third subharmonic characteristics from Figs. 3 and 4 exhibit two unstable regions shown with dashed line. It has been

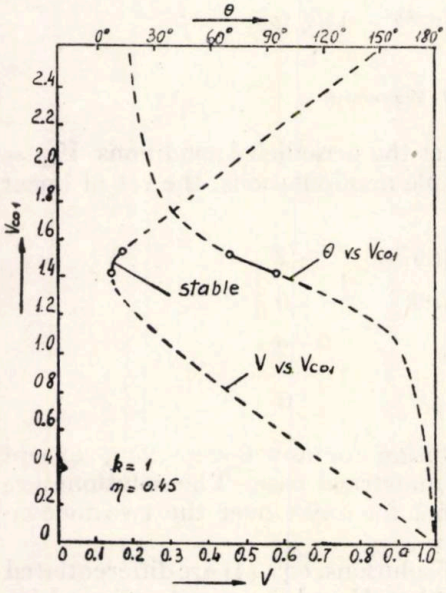


Fig. 3

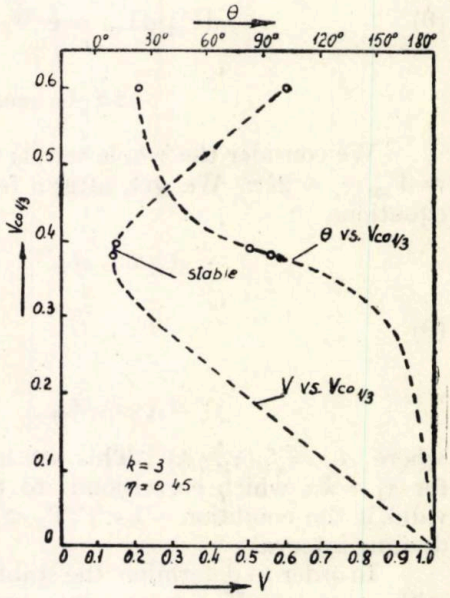


Fig. 4

shown by experimental way [1] that even-order harmonic components develop in the second unstable region of amplitude characteristics of both harmonic and third subharmonic oscillations. In order to prove it theoretically calculations were performed for both symmetrical and unsymmetrical waveforms by assuming $k = 1, 3$ and $\eta = 0$. The results are shown in Fig. 5 for harmonic oscillation ($k = 1$) and in Fig. 6 for third subharmonic oscillation ($k = 3$). In both cases the amplitude of the first term in the Fourier expansion is plotted against the amplitude of applied voltage.

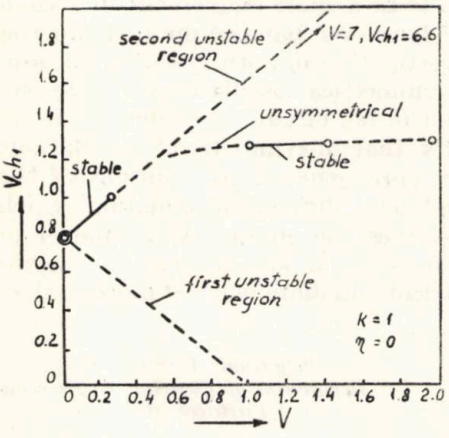


Fig. 5

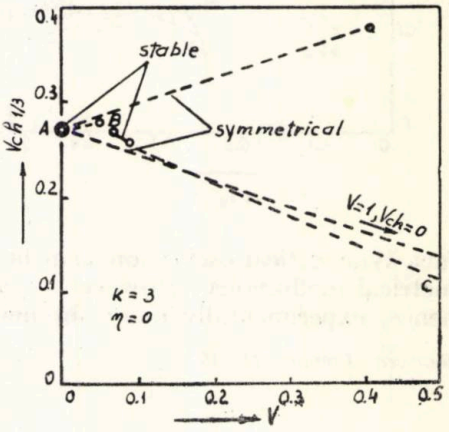


Fig. 6

It can be seen on Fig. 5 that an unsymmetrical oscillation coexists with a symmetrical one in the second unstable region of the latter. We must note that the two branches represent the fundamental term of two distinct oscillations. This means, and it can be proved by Fourier expansion, that the amplitudes of third-order higher harmonics, for instance, are different for the two oscillations.

In the third subharmonic case (Fig. 6) the problem of existence of unsymmetrical oscillations is more interesting. The branch AB of unsymmetrical oscillation corresponds to the second unstable region whereas the branch BC corresponds to the first unstable region of symmetrical oscillation. This leads to the conclusion that unsymmetrical oscillations are in no way conditioned by symmetrical ones. One observes experimentally only those which are more stable.

3.2. Second and Fourth Subharmonic Oscillations

Eqs. (9) allow the investigation of even-order subharmonics ($k = 2, 4, 6, \ldots$) as well. Fig. 7 shows the amplitude characteristics of second and fourth subharmonic oscillations. The second subharmonic amplitude characteristic,

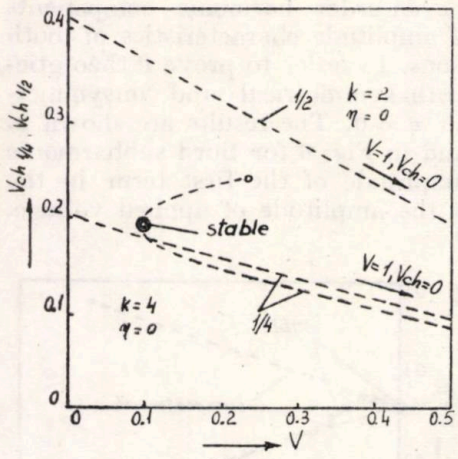


Fig. 7

has no stable region for $\eta = 0$. The fourth subharmonic oscillations have two branches, one of them presenting a small stable region.

4. Conclusions

The method used in this paper proves to be a more convenient tool than the harmonic balance method for the investigation of both symmetrical and unsymmetrical oscillations in the second order circuit considered. It results that unsymmetrical oscillations are more general, as solutions of the nonlinear differential equation which describes the circuit. As a matter of fact symmetrical oscillations can be regarded as a special case of unsymmetrical oscillations. However, symmetrical oscillations are more stable, hence, experimentally more obtainable.

Received, January 17, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrical Engineering
and Electrical Measurements

REFERENCES

1. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
2. Mitrea S., *Basic Harmonic and Subharmonic Symmetrical Oscillations in Series Ferroresonant Circuits Studied by a Piece-Wise Method.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *1—2*, s. III, 27—36 (1974).

OSCILAŢII FORŢATE SIMETRICE ŞI NESIMETRICE ALE UNUI CIRCUIT NELINIAR DESCRIS DE O ECUAŢIE DIFERENŢIALĂ DE TIP DUFFING

(Rezumat)

Circuitul este studiat teoretic şi experimental în [1]. Metoda balanţei armonice utilizată în [1] se dovedeşte a fi complicată în special în cazul oscilaţiilor subarmonice. În lucrarea de faţă se foloseşte o metodă de liniarizare pe porţiuni care permite un studiu mai simplu şi mai aprofundat a circuitului considerat. Se arată că oscilaţiile nesimetrice ocupă un loc mult mai însemnat, ca soluţii ale ecuaţiei diferenţiale care descrie circuitul, decît oscilaţiile simetrice, dar că stabilitatea celor dintîi este mai redusă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. K. 621.318.623; 621.396; 621.52

ÜBER DIE NUMERISCHE LÖSUNG DER GLEICHUNGEN EINER NICHTLINEAREN, DURCH RÜCKWIRKUNG GESTEUERTEN SPULE

VON

M. ANTONESCU

1. Einleitung

Die Gleichungen die das Verhalten einer nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteurten Spule beschreiben, sind in [1] bestimmt worden. Die dort angegebenen Gesichtspunkte beziehen sich auf einen in freien Magnetisierung arbeitenden Spule, mit positiver Rückwirkung.

Im folgenden werden einige Probleme der numerischen Lösung dieser Gleichungen betrachtet.

2. Die Gleichungen die das Verhalten einer nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spule beschreiben

Für die in der Ab. 1 dargestellte nichtlineare, durch Rückwirkung gesteuerte Spule gelten folgende Gleichungen [1]:

a) $u_1 > 0$

$$(1)\quad \frac{dv_1}{d\tau} + e_1u_1 + e_2u_1 + e_3u_3 - e_4u_3 + e_5Q_N(u_1) = B\sin\tau - U_{BLOCT} + B_3 - e_6B_3,$$

$$(2)\quad \frac{dv_2}{d\tau} + e_1u_1 + e_2u_1 - e_3u_3 - e_4u_3 + e_5Q_N(u_1) = B\sin\tau - U_{BLOCT} - B_3 - e_6B_3,$$

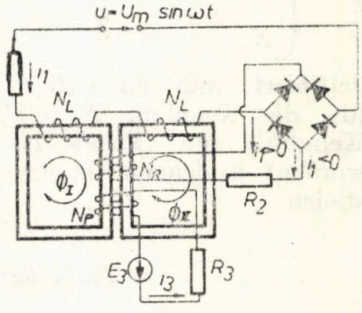


Abb. . 1

$$(3)\quad N_LI_n\,u_1 + N_R\,I_nu_1 + N_P\,I_n\,u_3 = P_N\,(v_1),$$

$$(4)\quad N_LI_nu_1 - N_RI_nu_1 - N_PI_nu_3 = P_N(v_2).$$

b) $u_1 < 0$

$$\frac{dv_1}{d\tau} + e_1u_1 + e_2u_1 + e_3u_3 + e_4u_3 - e_5Q_N(u_1) = \tag{5}$$

$$= B\sin\tau + U_{\text{BLOCT}} + B_3 + e_6B_3,$$

$$\frac{dv_2}{d\tau} + e_1u_1 + e_2u_1 - e_3u_3 + e_4u_3 - e_5Q_N(u_1) = \tag{6}$$

$$= B\sin\tau + U_{\text{BLOCT}} - B_3 + e_6B_3,$$

$$N_LI_nu_1 - N_RI_nu_1 + N_PI_nu_3 = P_N(v)_1, \tag{7}$$

$$N_LI_nu_1 + N_RI_nu_1 - N_PI_nu_3 = P_N(v_2). \tag{8}$$

c) $u_1 = 0$

$$\frac{dv}{d\tau} + e_3u_3 = B_3, \tag{9}$$

$$N_PI_nu_3 = P_N(v). \tag{10}$$

Hier bedeuten v_j und u_k die normierten Flüsse in jedem Kern, bzw. Ströme :

$$v_j = \frac{\Phi_j}{\Phi_n}, \qquad u_k = \frac{i_k}{I_n}, \qquad (j = 1,\ 2\ ;\ \ k = 1,\ 3). \tag{11}$$

Gleichzeitig, die in die Gleichungen eingeführten Abkürzungen sind von der Beziehungen :

$$\begin{cases} \dfrac{R_1I_n}{2N_L\Phi_n\omega} = e_1, & \dfrac{R_2I_n}{2N_L\Phi_n\omega} = e_2, & \dfrac{R_3I_n}{2N_P\Phi_n\omega} = e_3, & \dfrac{N_RR_3I_n}{2N_LN_P\Phi_n\omega} = e_4, \\ \dfrac{1}{N_L\Phi_n\omega} = e_5, & \dfrac{U_m}{2N_L\Phi_n\omega} = B, & \dfrac{U_0}{N_L\Phi_n\omega} = U_{\text{BLOCT}}, & \dfrac{E_3}{2N_P\Phi_n\omega} = B_3, \\ \dfrac{N_R}{N_L} = e_6, & \omega t = \tau \end{cases} \tag{12}$$

deffiniert, während $P_N(v_1)$, $P_N(v_2)$, $Q_N(u_1)$ die Funktionen $P(\Phi_I)$, $P(\Phi_{II})$ (die die Kennlinie $Ni = P(\Phi)$ der Spule approximieren), und $Q(i_1)$ (die Kennlinie einer Dyode ist mit dem Ansatz $u = U_0 + Q(i)$ approximiert worden), in dennen die normierten Werte (11) eingeführt worden sind, darstellen.

3. Flußdiagramm und numerische Lösung

Um die vorher angegebenen Gleichungen zu integrieren bieten sich im wesentlichen zwei Möglichkeiten : a) entweder die Betrachtung eines ganz allgemeinen Übergangsprozesses in dem beide Spannungsquellen, u und E_3, gleichzeitig eigeschaltet werden, oder b) Lösung eines Falles in dem

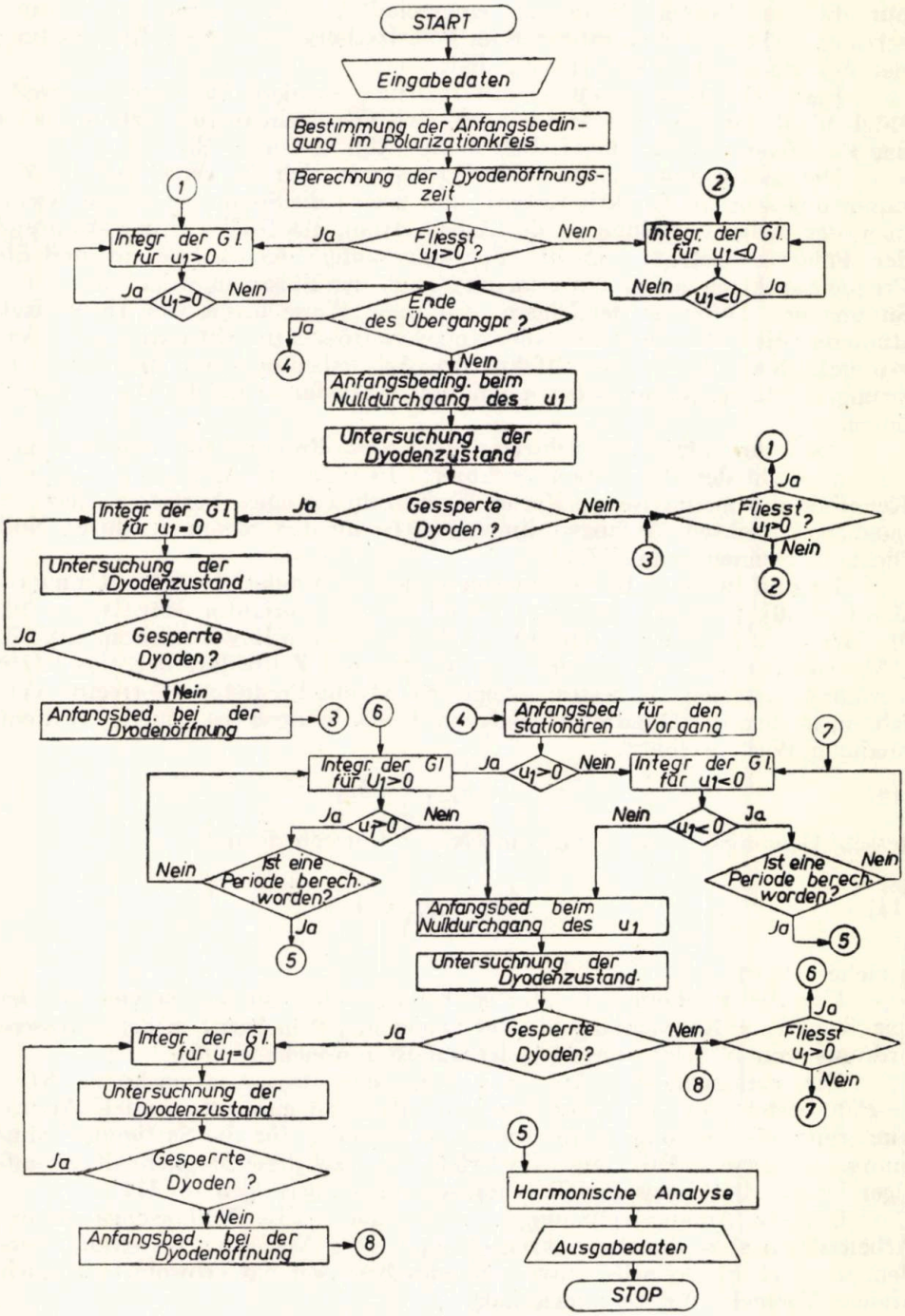

START
Eingabedaten
Bestimmung der Anfangsbedingung im Polarizationkreis
Berechnung der Dyodenöffnungszeit
Integr der Gl. für u1>0
Ja
Fliesst u1>0 ?
Nein
Integr der Gl. für u1<0
Ja
u1>0
Nein
Nein
u1<0
Ja
Ende des Übergangpr ?
Ja
Nein
Anfangsbeding. beim Nulldurchgang des u1
Untersuchung der Dyodenzustand
Integr der Gl. für u1=0
Ja
Gessperte Dyoden ?
Nein
Fliesst u1>0 ?
Ja
Nein
Untersuchung der Dyodenzustand
Ja
Gesperrte Dyoden?
Nein
Anfangsbed. bei der Dyodenöffnung
Anfangsbed. für den stationären Vorgang
Integr der Gl. für U1>0
Ja
u1>0
Nein
Integr der Gl. für u1<0
Ja
u1>0
Nein
Nein
u1<0
Ja
Nein
Ist eine Periode berech. worden?
Ja
Ist eine Periode berech. worden?
Nein
Ja
Anfangsbed. beim Nulldurchgang des u1
Untersuchung der Dyodenzustand
Integr der Gl. für u1=0
Ja
Gesperrte Dyoden?
Nein
Fliesst u1>0
Ja
Nein
Untersuchung der Dyodenzustand
Ja
Gesperrte Dyoden ?
Nein
Anfangsbed. bei der Dyodenöffnung
Harmonische Analyse
Ausgabedaten
STOP

Abb. 2

nur die sinusförmige Spannung eingeschaltet wird, unter der Voraussetzung, daß der Übergangsprozess im Polarizationskreis (wegen Einschaltung der E_3) schon sein Ende erreicht hat.

Beide Programmvariante sind realisiert worden. Da aber die zweite Möglichkeit, mit gewissen Änderungen, eine Verallgemeinerung erlaubt, wird das Flußdiagramm für diesen Fall in der Abb. 2 dargestellt.

Die Integrationsergebnisse konkretisieren sich in verschiedenen Zusammenhängen (in Effektivwerten), und zwar: die Spannung an den Klemmen der Arbeitswicklungen, der Arbeitsstrom, der Rückwirkungstrom und der Polarisationstrom, von der Speisespannung; der Zeitverlauf und die Frequenzspektren dieser Grössen, und auch der Flüsse in jedem Kern, der Summe und Differenz der Flüsse. Auf diese Weise lassen sich theoretisch studieren die Abhängigkeiten aller Netzwerkgrössen (in Effecktiv- oder Augenblicklichen Werte), die Effekte der Arbeitsbedingungen (freie oder gezwungene Magnetisierung), der magnetischen Hysterese und der Dyodenkennlinien.

Die grundsätzlichen Schwiergkeiten des Programmes bestehen in: a) Wahl des Integrationsverfahrens, b) passende Approximierung der Kennlinie des magnetischen Kernes, c) Einführung eines Verfahrens das die möglichst exakten Anfangsbedingungen (wenn der Strom i_1 durch Null fließt) berechnen ermöglicht.

Es sind mehrere Integrationsmethoden verwendet worden: Runge-Kutta [3], [6], [11], Runge-Kutta mit variabler Schrittweite [9], Milne [7], Robertson [10], verbessertes Euler Verfahren [2], [6], [13]. Von der Genauigkeit der Lösung und der Zeitbedarf her, das letzte Verfahren hat sich als bestes gezeigt. Es ist ein Predictor—Corrector Verfahren, in dem der Quadraturfehler von der Ordnung h^3 ist. Zuerst wird ein predicter Wert geschätzt:

$$y_{n+1_p} = y_{n-1} + 2hy'_n, \tag{13}$$

dessen Genauigkeitssteigerung mittels der Correctorformel:

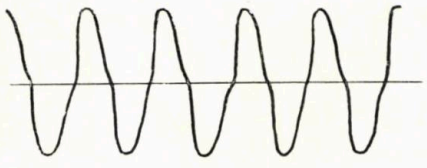
$$y_{n+1_c} = \frac{h}{2}(y'_{n+1} + y'_n) \tag{14}$$

gesichert wird.

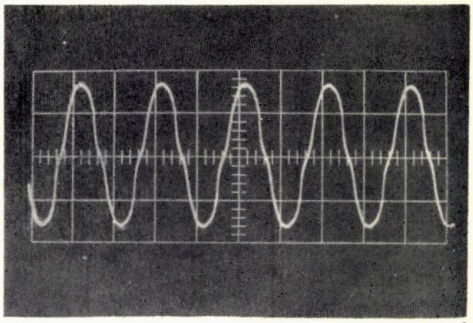
Um die Rechnung zu starten benützt man die ersten vier Glieder der Taylor Entwicklung (da der Fehler in jedem Scritt in der Grössenordnung von h^3 liegt, diese Gliederzahl ist hinreichend [6]).

Die vorgeschlagene Approximierung der Magnetisationskurve $Ni = P(\Phi)$ besteht aus drei Teilen: zwei Geraden und eine polynomiale Approximierung (Newtonsche Interpolationsmethode) für die Sättigungskrümmung. In diesem Fall zeigt die Erfahrung, daß diese Möglichkeit verünftiger ist als die klassischen Polynomialapproximierungen [8], [12].

Um die Anfangsbedingungen zu gewinnen (die Nulldurchgänge des Arbeitsstromes) ist das Newton-Raphson Verfahren verwendet worden, das sich als schnellstkonvergierendes bewiesen hat (obwohl man auch andere Versuche unternommen hat).

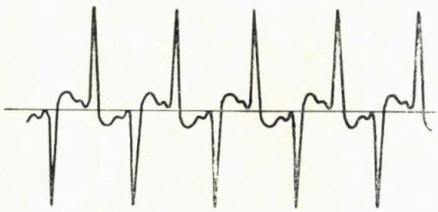


a

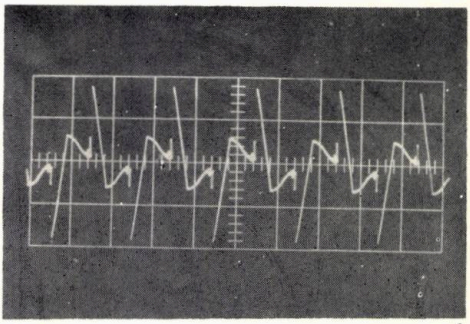


b

Abb. 3

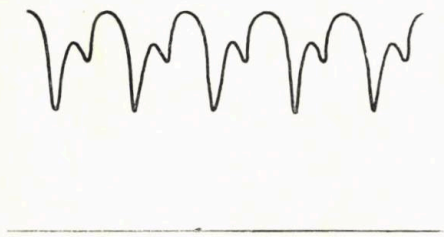


a

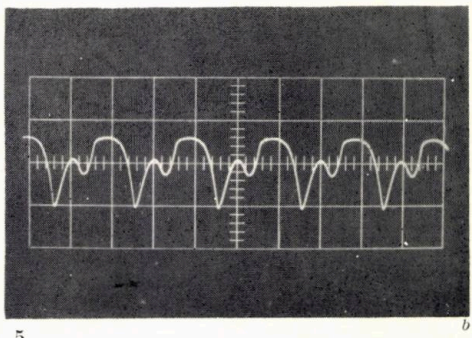


b

Abb. 4

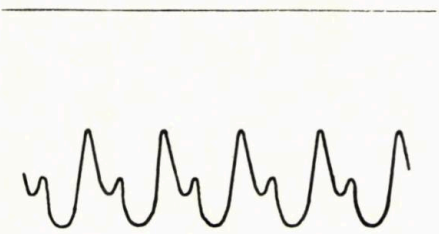


a

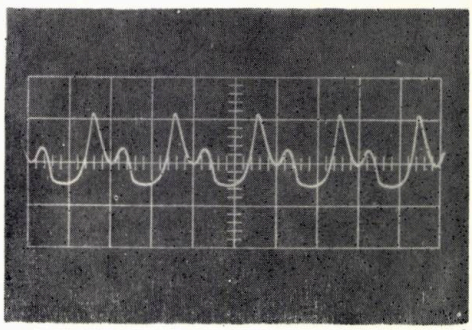


b

Abb. 5



a



b

Abb. 6

Das Ende des Übergangsprozesses stellt man fest in dem man die zwei extremgrössten Werte, mit dem selben Vorzeichen, die einigen hintereinanderfolgenden Perioden gehören, vergleicht.

Die harmonische Analyse erfolgt unter der Anwendung der Thomson-Runge Methode.

Die Eingabedaten beziehen sich auf: Windungszahlen und Widerstände aller Wicklungen, Schrittweite der Speisespannung, U, Wert der Polarizationspannung, E_3, Sperrespannung der Dyoden, U_0, Kennlinie der Dyoden, Kennlinie $Ni(\Phi)$ der magnetischen Kerne, Integrierungsschrittweite.

Benutzte Programmsprache: FORTRAN. Speicherbedarf: etwa 28 Kokt. Zeitbedarf (für einen Schritt der Speisespannung, auf einer Felix C-256 Anlage): 50 Sek.

4. Experimentelle Ergebnisse

Als Folge der in der [1] gegebenen Ergebnisse (in Effektivwerte) sind hier einige Zeitverläufe dargestelllt: $i_1(t)$ (Abb. 3), $u_L(t)$ (Abb. 4) (u_L ist die Spannung an den Klemmen der Arbeitswicklungen), $\Phi_I(t)$ (Abb. 5), $\Phi_{II}(t)$ (Abb. 6). In den Abb. 3 *a*, 4 *a*, 5 *a*, 6 *a*) sind die berechneten Werte, bzw. in den Abb. 3 *b*, 4 *b*, 5 *b*, 6 *b* die gemessenen Ergebnisse vorgeführt. Es ist eine aus Ferrit Spule mit: $N_L = 500$, $N_R = 1\,000$, $N_P = 1\,000$ Windungen, $U = 14$ V, $E_3 = 3{,}5$ V, $R_1 = 48\ \Omega$, $R_2 = 105\ \Omega$, $R_3 = 360\ \Omega$ verwendet worden.

Die berechneten Ergebnisse entsprechen den gemessenen zufriedenstellend überein.

5. Schlußfolgerungen

Das Programm dessen Kurzbeschreibung gegeben worden ist, erlaubt die Berechnung sämtlicher Zusammenhänge (in Effektiv- oder Augenblicklichen Werte). Mit einigen Änderungen lässt sich davon eine verallgemeinerte Variante (Berechnung positiver oder negativer Rückwirkung in freier oder gezwungener Magnetisierung) gewinnen.

Eingegangen am 25. Januar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl fur Grundlagen der Elektrotechnik
und Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Antonescu M., *Über ein Studiumverfahren der Kennlinien der durch Rückwirkung gesteuerten Spule.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *3—4*, s. III, 31—37 (1974).
2. Collatz L., *The Numerical Treatment of Differential Equations.* Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New-York, 1966.
3. Dancea I., *Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic şi de cercetare ştiintifică.* Ed. Dacia, Cluj, 1974.
4. Dimo P., *Programarea în Fortran.* EDP, Buc., 1971.
5. Forman S. A., *Numerical Methods.* Harper & Row Publ., New-York — Evanston — London, 1970.

6. Hamming R. W., *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. Mc. Graw-Hill; New-York — San-Francisco — Toronto — London, 1962.
7. Hamming R. W., *Stable Predictor—Corrector Methods for Ordinary Differential Equations*. JACM, **6**, 37—47 (1959).
8. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems*. Mc. Graw-Hill, New-York — San-Francisco — Toronto — London, 1964.
9. Kagan B. M., Ter Mikaelian T. M., *Rezolvarea problemelor inginereşti cu calculatoare numerice*, (aus Russisch übersetzt). Ed. Tehn., Buc., 1965.
10. Robertson H. H., *Some New Predictor—Corrector Methods*. National Physical Laboratory, **Ma (45)**, *1 231* (1959).
11. Salvadori M. G., Baron M. L., *Metode numerice în tehnică*, (aus engl. übersetzt). Ed. Tehn. Buc., 1972.
12. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice*. Ed. Tehn., Buc., 1973.
13. Zurmühl R., *Praktische Mathematik*. Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New-York, 1965.
14. Wing O., *Circuit Theory with Computer Methods*. Holt, Rinehart and Winston, Inc. 1972.

ASUPRA SOLUŢIONĂRII NUMERICE A ECUAŢIILOR DE FUNCŢIONARE ALE UNEI BOBINE NELINIARE COMANDATE PRIN REACŢIE

(Rezumat)

Se prezintă organigrama unui program de integrare a ecuaţiilor de funcţionare ale bobinei neliniare comandate prin reacţie pozitivă, în regim de magnetizare liberă, precum şi o serie de soluţii adoptate în vederea scrierii acestuia. Comparaţia oscilogramelor cu rezultatele calculate indică o bună coincidenţă, care evidenţiază justeţea metodelor folosite. Se subliniază posibilitatea extinderii acestui program şi pentru cazul reacţiei negative.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

C. Z. 621.317.73.025 ; 621.3.018.1

PUNTE ECHILIBRATĂ PENTRU DETERMINAREA FACTORULUI DE PUTERE

DE

D. BĂRBULESCU

1. Asupra mijloacelor de măsurare a factorului de putere

Pentru măsurarea factorului de putere în instalațiile electrice se utilizează, de regulă aparate indicatoare și anume fie fazmetre care măsoară direct factorul de putere, fie wattmetre asociate cu un ampermetru și un voltmetru, ale căror indicații permit determinarea acestuia pe cale indirectă.

Pe lîngă aparatele indicatoare de tipul celor de mai sus, în literatură se menționează utilizarea, în același scop, a unor punți pentru măsurarea impedanțelor. Astfel, în [1] se menționează posibilitatea de determinare a factorului de putere cu ajutorul punții M a x w e l l, însă relația de calcul în acest caz rezultă destul de complicată. E. V o l t a arată în [2] că factorul de putere poate fi determinat cu ajutorul unei punți care are laturile formate, pe de-o parte, din impedanța utilizării în serie cu o rezistență de valoare mică, iar pe de alta, dintr-o impedanță de construcție specială, în serie cu o rezistență de valoare relativ mare.

Elementul important al punții îl constituie impedanța de construcție specială, caracterizată prin modul constant și argument variabil. Autorul a realizat această impedanță sub forma unui dispozitiv [2], [3] avînd schema indicată în fig. 1. Acesta este alcătuit dintr-o bobină cu miez de mumetal, de inductivitate $L=900$ H și două potențiometre cuplate, de rezistențe $R_a=0{,}2$ MΩ și $R_b=1{,}4$ MΩ.

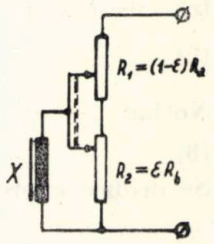


Fig. 1

În majoritatea cazurilor, între utilizarea unor aparate indicatoare și aceea unor punți specializate pentru măsurarea factorului de putere se preferă primul procedeu. Totuși, în unele cazuri, utilizarea unor metode în punte poate rezulta avantajoasă ținînd seama de următoarele considerente :

a) Aparatele indicatoare nu sînt potrivite pentru puteri mici, sub cîțiva watti, în afară de cazul cînd se dispune de aparate speciale, greu accesibile.

b) Utilizarea aparatelor indicatoare este însoțită de introducerea unor erori sistematice datorită consumului propriu al circuitului de tensiune sau de curent.

c) Precizia măsurătorilor cu aparate indicatoare este, de regulă, mai mică decît a acelora efectuate cu ajutorul punții.

2. Descrierea metodei

Pentru măsurarea factorului de putere s-a utilizat puntea a cărei schemă este indicată în fig. 2. Această schemă nu diferă mult de aceea destinată pentru măsurarea impedanțelor în modul și argument [4]. O deosebire fundamentală o constituie faptul că laturile acestei punți sînt străbătute de curenți esențial diferiți : impedanța utilizării Z, în serie cu rezistența de valoare suficient de mică r (pentru a nu modifica regimul de funcționare al utilizării), este străbătută de curentul de sarcină, în timp ce circuitul auxiliar, format din rezistența variabilă R_1 și circuitul defazor de impedanță $\underline{Z}_D$, constituie o derivație de mare impedanță și este străbătut de un curent neglijabil (pentru același motiv).

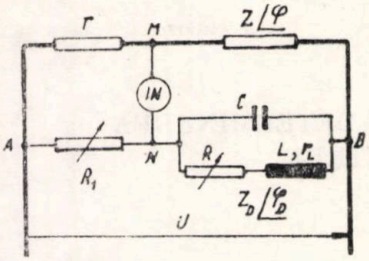


Fig. 2

Principiul metodei se bazează pe faptul că în ramura NB este conectat un circuit derivație cu reactanțe semicompensate ai cărui parametri satisfac condiția $LC\omega^2 = 1/2$. Conform celor arătate în [5] un astfel de circuit are proprietatea remarcabilă de a constitui o impedanță $\underline{Z}_D$ constantă în modul și variabilă în argument. Argumentul impedanței poate fi variat în limite largi prin modificarea rezistenței reglabile R ce intervine în structura circuitului defazor.

Echilibrarea punții se efectuează prin modificarea rezistențelor variabile R_1 și R pînă la anularea deviației indicatorului de nul. La echilibru argumentul circuitului defazor devine egal cu acela al impedanței de utilizare:

$$\varphi = \varphi_D \,. \tag{1}$$

Argumentul impedanței circuitului defazor se exprimă în funcție de elementele acestuia prin relația [5] :

$$\varphi_D = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{2}\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L}\right). \tag{2}$$

Notînd $\psi = \operatorname{arc\,tg}\, \omega L/R$ și înlocuind în (2) se obține :

$$\varphi_D = 2\psi - 90^\circ. \tag{3}$$

Se deduce expresia factorului de putere :

$$\cos\varphi = \cos\varphi_D = \sin 2\psi = \frac{2\operatorname{tg}\psi}{1+\operatorname{tg}^2\psi}$$

și făcînd substituția $\operatorname{tg}\psi = \omega L/R$ rezultă :

$$\cos\varphi = \frac{2\,\omega LR}{R^2+\omega^2L^2}, \tag{4}$$

sau, folosind notația $p = R/\omega L$ se obține în definitiv

$$\cos\varphi = \frac{2p}{1+p^2}. \tag{5}$$

În tabelul 1 şi fig. 3 se reprezintă variaţia factorului de putere funcţie de parametrul p (respectiv de rezistenţa variabilă R din circuitul defazor). Din fig. 3 se observă că factorul de putere variază practic liniar cu R în intervalul $\cos\varphi = 0 \ldots 0{,}7$.

Tabelul 1

p	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\cos\varphi$	0	0,385	0,69	0,88	0,98	1

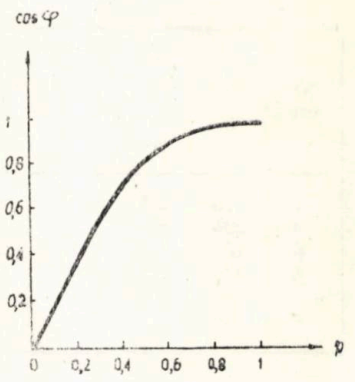


Fig. 3

3. Rezultate experimentale

Pentru determinări experimentale s-a realizat un circuit defazor cu reactanţe semicompensate corespunzător tensiunii reţelei de 220 V, 50 Hz. Acesta a fost constituit dintr-o bobină cu miez feromagnetic cu întrefier având inductivitatea $L = 11{,}66$ H, un condensator a cărui capacitate $C = 0{,}434$ μF satisface condiţia $LC\omega^2 = 1/2$ şi o rezistenţă variabilă de precizie (cutie de rezistenţă).

În fig. 4 se reprezintă schema utilizată pentru determinarea factorului de putere în cazul unui receptor trifazat (cu nul accesibil). Pe una din faze, în serie cu utilizarea, se introduce o rezistenţă r de valoare mică, capabilă să suporte curentul de sarcină. O rezistenţă reglabilă R_1, în serie cu circuitul defazor, conectate între borna de intrare a fazei respective şi nul, completează puntea. Drept indicator de nul s-a utilizat un galvanometru de vibraţie.

Rezultatele obţinute în cazul măsurărilor efectuate pe o reactanţă trifazată reglabilă tip IMD sînt indicate în tabelul 2. Pentru comparaţie, în acelaşi tabel sînt prezentate şi rezultatele furnizate de un fazmetru monofazat.

S-a efectuat de asemenea determinarea în punte a factorului de putere al unui motor asincron trifazat avînd caracteristicile $P_n = 1{,}5$ kW, $\cos\varphi = 0{,}8$, $U_n = 220/380$ V, Δ/Y, $n = 1\,410$ rot/min. Modificarea factorului de putere al motorului s-a realizat prin variaţia încărcării unui generator de curent continuu antrenat de motor. Rezultatele măsurărilor confirmă şi în acest caz posibilitatea determinării cu precizie a factorului de putere cu ajutorul punţii de măsură prezentată mai sus.

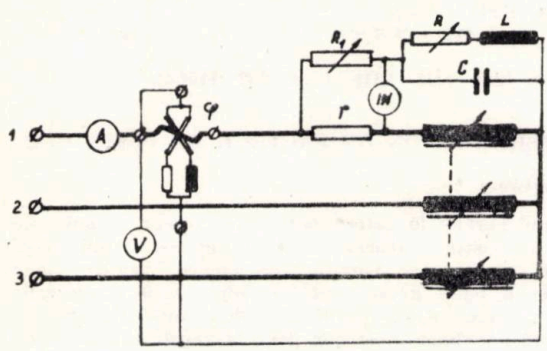


Fig. 4

Tabelul 2

Nr. crt.	Date privind circuitul de utilizare		Date privind circuitul de măsurare			Rezultate obţinute		Indicaţii ale fazmetrului	
	U V	I A	r Ω	R_1 Ω	R Ω	$\cos\varphi$	φ	$\cos\varphi$	φ
1	225	2,5	1	84,5	229	0,125	82°50′	0,12	83°
2	225	2	1	64,3	401	0,216	77°30′	0,2	78°2′
3	225	4	1	136	949	0,484	61°	0,48	61°2′
4	230	0,7	1	18,3	1 347	0,647	49°38′	0,64	50°6′
5	230	0,9	1	24,7	1 986	0,83	33°32′	0,82	36°3′
6	230	1	1	28,6	2 596	0,94	19°19′	0,93	20°5′

4. Concluzii

1. Un circuit *RLC* derivaţie cu reactanţe semicompensate (care satisface condiţia $LC\omega^2 = 1/2$) constituie un circuit defazor echivalent unei impedanţe cu modul constant şi argument variabil.

2. Puntea descrisă în lucrare realizează, la echilibru, egalitatea argumentului impedanţei utilizării cu acela al circuitului defazor cu reactanţe semicompensate, permiţînd pe această bază, determinarea factorului de putere al utilizării.

3. Determinarea factorului de putere cu ajutorul punţii permite obţinerea unor rezultate mai precise decît cele stabilite cu aparate indicatoare. Utilizarea metodei în punte se recomandă mai ales pentru determinarea factorului de putere al unor receptoare de mică putere sau cu consum redus precum şi pentru verificarea fazmetrelor industriale.

Primită la 15 ianuarie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de Bazele electrotehnicii
şi măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Brion G., Vieweg V., *Starkstrommeßtecknik.* J. Springer, Berlin, 1933, 70.
2. Volta Eg., L'Elettrotecnica, **LXVII**, *11*, 793 (1960).
3. Volta Eg., La ricerca scientifica, 8, 1 241 (1960).
4. Савин Г., Бэрбулеску Д., Василчюк М., Измер. техн., *2*, 42 (1963).
5. Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, **VIII (XII)**, *1—2*, 207 (1962).

PONT ÉQUILIBRÉ POUR LA DÉTERMINATION DU FACTEUR DE PUISSANCE

(Résumé)

On décrit un pont de mesure qui permet la détermination du facteur de puissance des installations électriques. Un circuit déphaseur à réactances sémicompensées, qui constitue une impédance de module constant et argument variable, représente l'élément fondamental du pont. Les mesures effectuées à l'aide de ce pont sont plus précises que celles obtenues avec des appareils indicateurs. On recommande l'utilisation de la méthode proposée surtout pour des consommateurs de petite puissance ainsi que pour la vérification des phasemètres.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. K. 621.317

ÜBER DIE FUNKMESSUNG DER MODULE VON WECHSELGRÖSSEN NIEDERER FREQUENZ

VON

M. CREŢU

1. Einleitung

In der Electroenergetik ergibt sich häufig die Notwendigkeit, elektrische Größen (Spannung, Strom, Leistungsfaktor u. a.) an verschiedenen Punkten eines energetischen Systems zu messen und diese Informationen einem zentralen Dispätcher zu übermitteln. Zu diesem Zweck benützt man gegenwertig Fernmessungseinrichtungen.

Neben ihren zahlreichen Vorteilen kann man die folgende zwei ihrer Nachteile für wesentlich halten :

a) Die Unterbrechung des Fernmessungskreises zusammen mit der Unterbrechung der Energieleitung im Störbetrieb.

b) Immobilität der Fernmessungseinrichtung mit deren Hilfe sich Messungen nur an den mit den Fernmessungsleitungen vorgesehenen Punkten durchführen lassen.

In der jüngsten Zeit setzt sich immer mehr die operative Steuerung mittels Prozessrechnern bei energetischen Systemen durch wobei auch Abänderungen der Meß- und Übermittlungssysteme nötig sind.

Einen Weg zur Beseitigung der erwähnten Nachteile, wobei gleichzeitig auch die Vorteile der Fernmessung über große Distanzen bewahrt bleiben, bietet die Übermittlung der Messungen durch den Rundfunk.

2. Grundfahren

Zur Funkübertragung der Wechselspannung- und Wechselstrommodulen werden primäre Großen in viereckige Impulse variabler Frequenz (aus dem Audio-Bereich) welches die Tragerwelle der Emitterstelle aussteuert umgewandelt.

Bei dem Empfang, nach Auspalten und Wiederherstellen der Impulse, kann derer Frequenz direkt mittels einem elektronischen Frequenzmeter oder einer magnetoelektrischen Anlage, nach der inversen Umwandlung, in einem durchlaufenden Signal gemessen werden.

Zu diesem Zweck wird die Funkmessungseinrichtung an der Sendeseite gemäss Abb. 1 aus folgenden Elementen bestehen :

1. Gleichrichterblock, der die Umwandlung der Module der wechselnden Signale in proportionelle Gleichspannungen ermöglicht.

2. Konvertierungsblock der Gleichspannung in Rechteck-Impulse von einer der Gleichspannung proportionellen Frequenz.

3. Modulatorblock der Funksendestation

4. Funksendestation, die hochfrequenze Schwingungen übermittelt, deren Amplitude von den Rechteck-Impulsen moduliert worden sind.

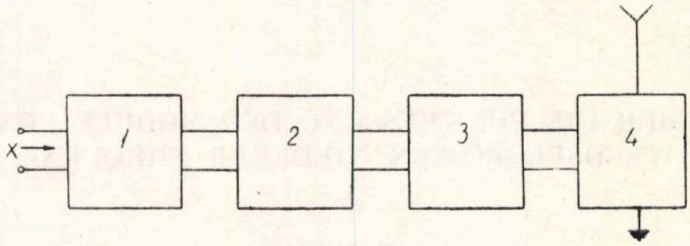


Abb. 1

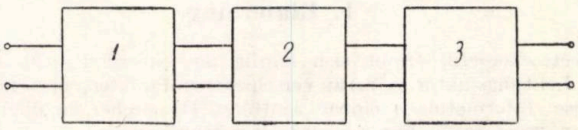


Abb. 2

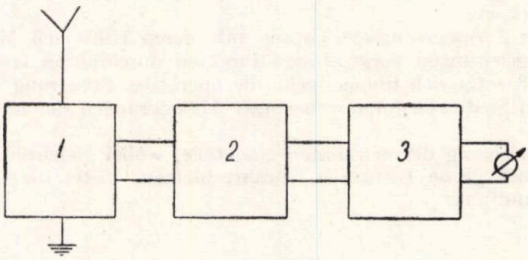


Abb. 3

Block *1* und *3* der vorliegenden Abbildung stellen keine besondere Ausführungsprobleme. Schwieriger ist der Konvertierungsblock *2* von hoher Leistungsfähigkeit zu realisieren. Derselbe wird seinerseits gemäss Abb. 2 aus folgenden Bestandteilen bestehen:

1. Ein Gleichstromverstärker, welcher den Pegel des steten Signals beim Ausgang des Gleichrichterkreises bis auf einen Wert erhebt der mit dem für die Anregung der nächsten Stufe notwendigen Niveau verträglich ist.

2. Der Rayer-Oszillator ist ein Multivibrator mit Induktionskupplung zwischen den beiden Transistoren und ermöglicht eine der Gleichspannung proportionelle Konvertierung in der Frequenz der Rechteck-Impulse.

3. Zur Verbesserung der Linearität der Konversion und besonders der Rechteckigkeit der Impulse wird beim Ausgang aus dem Rayer-Oszillator eine bistabile Kippschaltung eingeführt.

Die Fernmessungseinrichtung des Empfanges wird gemäss Abb. 3 aus folgenden Bestandteilen aufgebaut :

1. Empfangsfunkstation.
2. Konverter der Viereck-Impulse in Gleichspannungen.
3. Gleichstromverstärker, der am Ausgang mit einem Anzeigegerät versehen ist.

Anstatt der zweiten und dritten Stufe kann eine Stufe zur Wiederherstellung der Impulse und schließlich ein elektronischer Frequenzmesser eingebaut werden.

Mittels der aufgezählten Geräte kann durch Funk jedwede Größe unter der Bedingung übertragen werden, daß sie in ein Dauersignal umgewandelt wird.

3. Versuchsergebnisse

Das vorgelegte Verfahren wurde durch Funkmessung der Modulen einiger zwischen 10 und 100 V enthaltenen Wechselspannungen kontrolliert. Die Abstände zwischen Mittelpunkt und Meßpunkte schwankten um dem Wert von 15 Km, während für die Übertragungskontrolle (Sendungskontrolle) auch die Phonverbindung gehalten wurde. Es wurden fahrbare (mobile) Funkstellen vom Typ MORS verwendet, Universalmessanlagen vom Typ DU-20, während die elektronischen Hilfstufen wurden aus Baustoffe und Zusammenstellungen rumänischer Herkunft hergestellt. Gegen den Merkmalen (Kennzeichen) der bei der Emission angebundenen Instrumente, wichen bei dem Empfang die Merkmale der Instrumente im allgemeinen mit weniger als 1%.

4. Schlußfolgerungen

Die Genauigkeit der Funkübertrangung der gemessenen Größen überschreitet die übliche Genauigkeit einer Entfernungsmessung (Telemessung) [3], [4], doch durch Verwendung von Funkstellen die zu diesem Zweckausgeglichen wurden, sowie durch einer genaueren Herstellung der elektronischen Hilfsstufen (der Gleichrichterblock, der Konvertierungsblock Spannung — Frequenz usw.) können noch höhere Genauigkeiten erzielt werden. Gegen die übliche Funkmessung, mittels Träger- oder Amplitudenfrequenz, ist die von uns verwendete Methode einfacher und besitzt zusätzlich noch den Vorteil jeden beliebigen Funkstellentyp aus der dem Energetiker zur Verfügung stehenden Ausrüstung verwenden benützen zu können.

Eingegangen am 24. Januar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehsstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik
und Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Alexiu I., *Circuite cu semiconductoare în industrie.* Ed. Tehn., Buc., 1970, 163—170.
2. Grave H. F., *Elektrische Messung nichtelektrische Größen.* Akad. Verlagsgesellschaft Geest & Portig K. G., Leipzig, 1966.

3. Karsa B., *Electrical Measuring Instruments.* Budapest, 1967, 635—638.
4. Купершмидт Я. А., *Современные телеизмерительные системы.* ГЭИ, М., 1961.

ASUPRA RADIOMĂSURĂRII MODULILOR SEMNALELOR ALTERNATIVE DE JOASĂ FRECVENȚĂ

(Rezumat)

Este prezentată o metodă simplă pentru transmiterea prin radio a modulilor semnalelor alternative de joasă frecvență – tensiune și curent. În acest scop semnalul de transmis este convertit în impulsuri dreptunghiulare de frecvență variabilă care servesc ca semnale modulatoare a undei purtătoare. Metoda este simplă și poate fi aplicată oricăror tipuri de stații radio existente în dotarea energeticienilor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

C.Z. 681.14

ALGORITM DE ÎNMULȚIRE BINARĂ RAPIDĂ PENTRU UN CALCULATOR TIP SERIE*)

DE

C. HARJA și AL. VALACHI

1. Se consideră două numere binare reprezentate în forma cu mantisă și exponent:

$$X = M_1.10^{E_1}, \qquad Y = M_2.10^{E_2}.$$

Prin definiție mantisa este subunitară și cuprinde toate cifrele caracteristice ale numărului, astfel încît:

$$M_1 = .x_1 x_2 \ldots x_n, \qquad M_2 = .y_1 y_2 \ldots y_n.$$

Structura unui registru în care poate fi valabilă o astfel de reprezentare este redată în fig. 1.

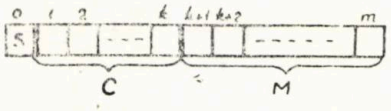


Fig. 1

Prima poziție este rezervată cifrei semn a numărului. Pentru a nu fi necesară și o poziție specială pentru cifra semn a exponentului s-a introdus o mărime numită *caracteristică* și care ocupă pozițiile 1, 2 ,..., k. În zecimal caracteristica va fi egală cu:

$$C = 2^{k-1} + E,$$

unde E reprezintă exponentul. Întrucît $0 \leqslant C \leqslant 2^k - 1$ rezultă că $-2^{k-1} \leqslant E \leqslant 2^k - 1 - 2^{k-1}$. Mantisa numărului va ocupa pozițiile $k+1$, $k+2$,....., m, în număr de n.

Dacă se înmulțesc cele două numere X și Y se obține:

$$X.Y = M_1.M_2.10^{E_1+E_2}.$$

*) Prezentată în sesiunea științifică jubiliară „60 ani de învățămînt electrotehnic în Iași", 21—23 decembrie 1972.

2. În cele ce urmează ne vom ocupa de studiul unui algoritm care permite o înmulțire rapidă a celor două mantise M_1 și M_2:
Dacă

$$M_1 = .x_1 x_1 \ldots x_n = x_1.2^{-1} + x_2.2^{-2} + \ldots + x_k.2^{-k} + \ldots + x_n.2^{-n},$$

$$M_2 = .y_1 y_2 \ldots y_n = y_1.2^{-1} + y_2.2^{-2} + \ldots + y_k.2^{-k} + \ldots + y_n.2^{-n},$$

atunci:

$$M_1.M_2 = [x_1.y_1].2^{-2} + [x_1.y_2 + x_2.y_1]\,2^{-3} + [x_1.y_3 + x_2.y_2 + x_3.y_1]2^{-4} + \ldots +$$
$$+ [x_1.y_{k-1} + x_2.y_{k-2} + \ldots + x_{k-2}.y_2 + x_{k-1}.y_1]2^{-k} + \ldots + [x_1.y_n +$$
$$+ x_2.y_{n-1} + \ldots + x_{n-1}.y_2 + x_n.y_1].2^{-(n+1)} + [x_2.y_n + x_3.y_{n-1} + \ldots +$$
$$+ x_{n-1}.y_3 + x_n.y_2]2^{-(n+2)} + \ldots + [x_{n-1}.y_n + x_n.y_{n-1}]2^{-(2n-1)} + [x_n.y_n]2^{-2n}.$$

Se observă că într-un rang i se vor aduna modulo 2 toate produsele de forma $x_p.y_r$ (cu $p, r \leqslant n$, astfel că $p + r = i$) precum și transporturile generate în rangurile $i + 1$, $i + 2$,..., $2n$.

3. Pentru realizarea înmulțirii sînt necesare trei registre: un registru A cu deplasare în ambele sensuri, cu $2n$ poziții și două registre R_1 și R_2 cu n poziții și cu recirculare la stînga, respectiv la dreapta. Aceste registre vor memora cele două mantise M_1 și M_2. Structura propusă este prezentată în fig. 2.

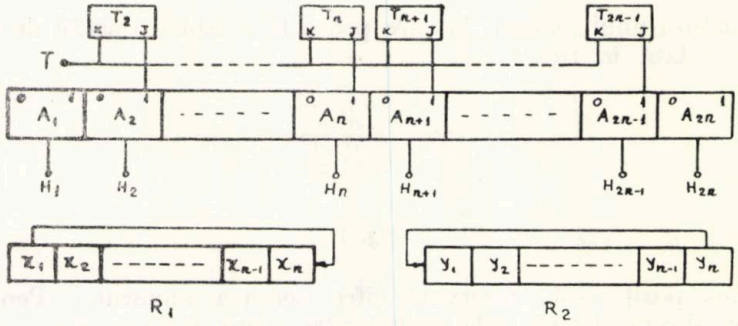


Fig. 2

Pentru comanda procesului de înmulțire sînt necesare n secvențe de impulsuri de comandă a sumării conținuturilor bistabilelor registrului A cu produse de forma $x_p.y_r$ și o secvență de impulsuri pentru comanda propagării transporturilor. Aceste secvențe sînt generate de o schemă care face parte din dispozitivul de comandă al calculatorului sub acțiunea impulsurilor de sincronizare H (fig. 3).

In tactul 1 al impulsurilor de sincronizare se vor introduce în bistabilele de ranguri 2, 3 ,..., $2n$ produsele $x_1.y_1$, $x_1.y_2$,..., $x_1.y_n$, $x_2.y_n$, $x_3.y_n$, ...,$x_{n-1}.y_n$, $x_n.y_n$, respectiv produsele: $< R_1^1 > . < R_2^1 >$, $< R_1^1 > . < R_2^2 >$,..., $< R_1^1 > . < R_2^n >$, $< R_1^2 > . < R_2^n >$, $< R_1^3 > . < R_2^n >$,..., $< R_1^{n-1} > . < R_2^n >$, $< R^n >$.

. $< R_2^n >$, unde prin R_i^j s-a notat conținutul bistabilului de rang j din registrul i. În timpul aceluiași tact conținuturile registrelor R_1 și R_2 sînt deplasate spre stînga, respectiv spre dreapta. După tactul t_1 conținutul bistabilului R_1^1 va fi x_2, iar al bistabilul R_2^1 va fi y_1. În tactul 2 se vor introduce în bistabilele de ranguri 3, 4 ,..., $2n - 1$, conținuturile acelorași bistabile menționate mai sus. În tactul n se va introduce produsul $< R_1^1 >$. $< R_2^n >$ în poziția $n + 1$.

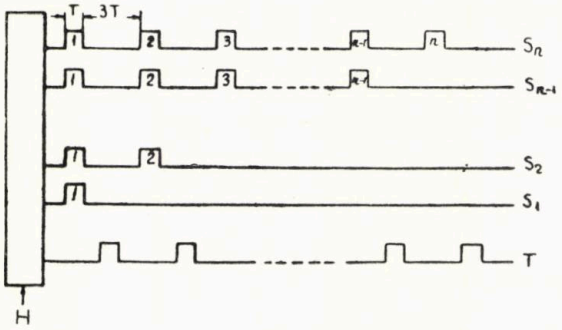


Fig. 3

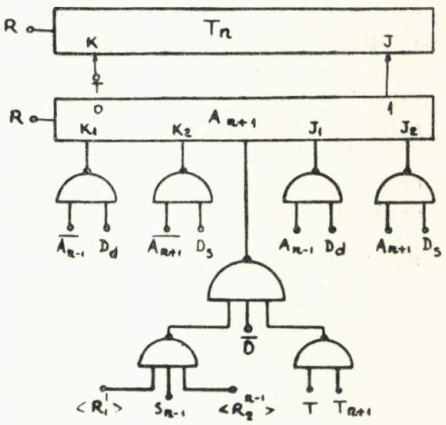


Fig. 4

In rezumat, conținutul bistabilului de rang k se va suma modulo 2 în tactele 1, 2 ,..., $k - 1$, cu produsul $< R_1^1 > . < R_2^{k-1} >$ dacă $k \leqslant n + 1$, respectiv cu produsul $< R_1^{k-n} > . < R_2^n >$ pentru $k > n + 1$.

Funcția logică realizată la intrarea de sincronizare C a bistabilului de rang n va fi:

$$C_n = < R_1^1 > . < R_2^{n-1} > . S_{n-1} + T_{n+1} . T + D,$$

unde: T_{n+1} reprezintă bistabilul care memorează transportul generat în rangul $n + 1$, T — impulsurile de sincronizare a propagării transporturilor, D — impulsurile de sincronizare a deplasării.

Funcția logică se poate pune și sub forma:

$$C_n = < R_1^1 > . < R_2^{n-1} > . \overline{S_{n-1}} . \overline{T_{n+1}} . \overline{T} . \overline{D}$$

și poate fi sintetizată folosind circuite ȘI—NU.

Schema completă a rangului n, avînd în vedere și necesitățile de deplasare la stînga și dreapta a registrului este reprezentată în fig. 4, unde: D_d reprezintă comanda în nivel a deplasării la dreapta iar D_s — comanda în nivel a deplasării la stînga.

Se observă că pentru realizarea unei înmulțiri sînt necesare două secvențe — una pentru sincronizarea introducerii produselor $x_p . y_r$ în bistabilele registrului A și una pentru sincronizarea deplasării transporturilor, întîrziată cu un tact față de prima secvență. Secvența de sincronizare a

transporturilor trebuie repetată încăodată pentru deplasarea posibilă a unui transport generat în rangul $n + 1$ spre rangul 1.

Timpul necesar pentru înmulțirea a două numere cu n biți este $2nT$, unde T este perioada impulsurilor de sincronizare H.

Concluzii

Algoritmul și structura propusă permit o micșorare apreciabilă a timpului de calcul al produsului a două numere binare, la un calculator tip serie. Acest timp este egal cu $2nT$, unde n reprezintă numărul de biți iar T perioada impulsurilor de sincronizare. La schemele clasice acest timp este egal cu n^2T.

Trebuie să se menționeze faptul că numărul de circuite electronice crește în varianta propusă foarte puțin față de variantele clasice, această creștere fiind însă compensată de viteza mare de calcul obținută.

Primită la 15 ianuarie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de calculatoare automate

BIBLIOGRAFIE

1. Chu Y., *Bazele proiectării calculatoarelor numerice* (trad. din l. engl.). Ed. Tehn., Buc., 1968.
2. Perrin J., Denouette M., Daclin E., *Systèmes logiques.* Dunod, Paris, 1967.
3. Peticlerc A., *Traité des ordinateurs.* Dunod, Paris, 1970.

ALGORITHME DE MULTIPLICATION BINAIRE RAPIDE POUR UN CALCULATEUR SÉRIE

(Résumé)

On propose un algorithme de multiplication rapide de deux nombres binaires fractionnaires. Le temps de multiplication est égal à $2nT$, ou n représente le nombre de chiffres binaires et T — la durée du cycle d'horloge.

Le nombre de circuits logiques est un peu plus grand par rapport aux schémas classiques. Ce désavantage est compensé par la vitesse de calcul qui est sensiblement plus grande.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

C.Z. 538.23; 681.14

ASUPRA POSIBILITĂȚII UTILIZĂRII CALCULATOARELOR CIFRICE LA STUDIUL MECANISMELOR FEROMAGNETICE MAGNETIZATE ORTOGONAL

DE

P. LEONTE și I. HRISTODORESCU

1. Introducere

Recent, în [1] și [2], s-au întreprins unele tentative de a aproxima ciclul de histerezis magnetic cu expresii matematice care se pretează la o programare simplă pe calculator. Cazul ciclului de histerezis obținut în prezența unui cîmp magnetic ortogonal n-a fost luat în considerare.

În lucrarea de față se cercetează ciclul de histerezis limită și curba medie de magnetizare ale unui circuit magnetic în prezența unui cîmp magnetic continuu ortogonal, posibilitățile de a le aproxima cu expresii ușor programabile la un calculator cifric și de a le utiliza la deducerea curbei t. e. m. indusă într-o bobină coaxială cîmpului magnetic continuu.

2. Considerații teoretice

În [1] se demonstrează că un ciclu de histerezis poate fi aproximat analitic în mod satisfăcător prin patru arce de hiperbolă, determinate fiecare prin cinci parametri caracteristici (fig. 1), patru parametri servind la reprezentarea dreptelor paralele (D), (D'), (Δ), (Δ') și unul pentru determinarea curburii.

Ecuațiile dreptelor (D), (D'), (Δ), (Δ'), paralele două cîte două, determinînd paralelogramul $ABCD$, sînt următoarele:

$$(D)\quad r - B + mH = 0, \qquad (D')\quad r + B - mH = 0,$$

$$(\Delta)\quad H - nB - q = 0, \qquad (\Delta')\quad H - nB + q = 0.$$

Dacă se acceptă ca termen de corecție pentru redarea curburii ciclului de histerezis expresia $pB(1 - H^2)$, se notează pentru simplitate $B = y$ și $H = x$ și se lucrează cu unități relative la care se adoptă $r = 1$ și $H_{max} = 1$, atunci ecuațiile celor patru arce de hiperbolă sînt următoarele:

$$(1)\quad \begin{cases} (1\text{-}2) & (1+y-mx)(x-ny-q)=py(1-x^2), \\ (2\text{-}3) & (1-y+mx)(x-ny-q)=py(1-x^2), \\ (3\text{-}4) & (1-y+mx)(x-ny+q)=py(1-x^2), \\ (4\text{-}1) & (1+y-mx)(x-ny+q)=py(1-x^2). \end{cases}$$

Ordonate după puterile descrescătoare ale lui x, ecuațiile devin:

$$(2)\quad \begin{cases} (py-m)x^2+[(1+mn)y+1+mq]x+[-ny^2-(n+p+q)y-q]=0, \\ (py+m)x^2+[(-1-mn)y+1-mq]x+[ny^2-(n+p-q)y-q]=0, \\ (py+m)x^2+[(-1-mn)y+1+mq]x+[ny^2-(n+p+q)y+q]=0, \\ (py-m)x^2+[(1+mn)y+1-mq]x+[-ny^2-(n+p-q)y+q]=0, \end{cases}$$

unde r este ordonata dreptei (D) față de origine, $-r$ — ordonata dreptei (D') față de origine, m — panta dreptelor (D) și (D'), n — inversa pantei dreptelor (Δ) și (Δ'), p — termen de corecție, q — abscisa dreptei (Δ) față de origine, $-q$ — abscisa dreptei (Δ') față de origine.

Sub influența unui cîmp magnetic continuu ortogonal, H_c, ciclul de histerezis poate trece, așa cum s-a observat experimental, de la forma inițială (ciclul *1-2-3-4*, fig. 1), pentru un cîmp magnetic alternativ cu amplitudinea mai mare decît intensitatea cîmpului magnetic de saturație, pînă la o dreaptă (*1'-2'-3'-4'*), cînd cîmpul magnetic continuu crește și tinde teoretic către infinit. În acest proces dreptele (Δ) și (Δ') efectuează o mișcare de rotație în jurul punctelor *2*, respectiv *4*, simultan cu o mișcare de translație către originea *O*, tinzînd să se suprapună la limită ($H_c \to \infty$). Dreptele (D) și (D') execută de asemenea o mișcare complexă, de același gen. Apare evident că pentru $H_c \to \infty$, parametrii r și q tind către zero, iar parametrii m și n către o anumită valoare, nenulă.

Pentru valori cunoscute ale parametrilor m, n, p, q și r, la o valoare constantă a lui y, se obțin ecuații algebrice de gradul doi, ușor de rezolvat cu ajutorul unui calculator cifric. Alegînd valori convenabile pentru y se poate determina un număr suficient de puncte pentru trasarea ciclului de histerezis.

Modalitatea de reproducere a ciclului de histerezis, astfel aproximat, cu ajutorul unui calculator analogic, este arătată în [1] pentru un ciclu normal.

Cunoașterea funcțiilor $r=f(H_c)$, $m=\varphi(H_c)$, $n=u(H_c)$, $p=v(H_c)$ și $q=F(H_c)$ permite reprezentarea ciclului de histerezis limită pentru orice valoare dată a cîmpului magnetic continuu ortogonal H_c.

Permeabilitatea magnetică se definește ca raportul dintre inducție și intensitatea de cîmp pentru fiecare punct al curbei (*1-0-3*) de medie magnetizare (fig. 2):

$$\mu=\frac{B}{H} \text{ sau } \mu=\frac{y}{x}.$$

Curba medie de magnetizare se poate aproxima analog, prin două ecuații, corespunzătoare celor două ramuri:

$$(3)\qquad \begin{cases} (1\text{-}0)\quad (1+y-mx)(x-ny-q)=py(1-x^2), \\ (0\text{-}3)\quad (1-y+mx)(x-ny-q)=py(1-x^2). \end{cases}$$

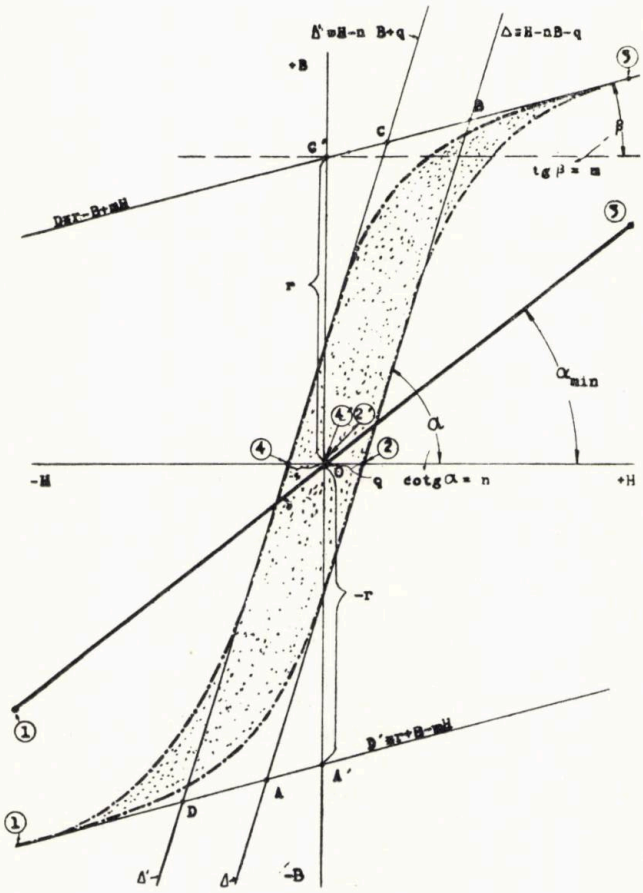


Fig. 1

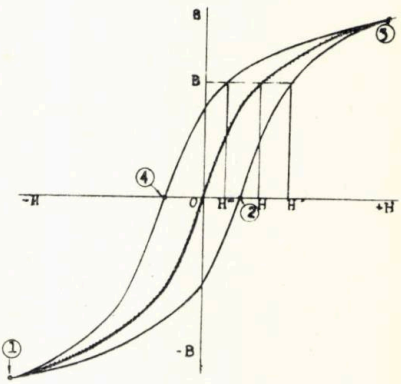


Fig. 2

Întrucît dreapta (Δ'') trece prin origine ($q = 0$), ecuațiile (3), ordonate după puterile lui x se pot scrie sub forma:

$$(4)\qquad \begin{cases} (py-m)x^2+[(1+mn)y+1]x+[-ny^2-(n+p)y]=0, \\ (py+m)x^2+[(-1-mn)y+1]x+[ny^2-(n+p)y]=0. \end{cases}$$

Cu substituția $y = \mu x$, ecuațiile (4) devin :

$$(5) \quad \begin{cases} p\mu x^2 + [-n\mu^2 + (1 + mn)\mu - m]x - [(n + p)\mu - 1] = 0, \\ p\mu x^2 + [n\mu^2 - (1 + mn)\mu + m]x - [(n + p)\mu - 1] = 0. \end{cases}$$

Derivatele acestor funcții în raport cu x sînt :

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{d\mu}{dx} = -\dfrac{2p\mu x + [-n\mu^2 + (1 + mn)\mu - m]}{px^2 + [-2n\mu + (1 + mn)x - (n + p)}, \\ \dfrac{d\mu}{dx} = -\dfrac{2p\mu + [n\mu^2 - (1 + mn)\mu + m]}{px^2 + [2n\mu - (1 + mn)]x - (n + p)}. \end{cases}$$

Dacă se consideră că variația permeabilității magnetice are loc în același mod și în direcția ortogonală, adică pe direcția de acțiune a cîmpului magnetic continuu, atunci expresia t. e. m. indusă într-o bobină coaxială direcției acestui cîmp va fi :

$$(7) \quad e = k \frac{d\mu}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

În cazurile cînd funcțiile $y = f(t)$ și $x = F(t)$ sînt cunoscute, atunci există posibilitatea de a putea calcula și funcția $e = \varphi(t)$. Se impune o precizare ; din fig. 2 se observă că la o anumită valoare a lui y corespund pentru x trei valori : prima, x, situată pe curba de magnetizare medie (*0-3*) ; a doua, x', pe porțiunea ascendentă (*2-3*), a ciclului de histerezis și a treia, x'', pe ramura descendentă (*3-4*) a ciclului. O observație analogă se poate face cu referire la orice valoare $-y$.

Prezintă interes să fie urmărit ciclul de histerezis plecînd din punctul *2*, în sensul săgeții. În punctul *2* inducția y este nulă, deoarece valoarea cîmpului magnetic $x_{(2)}$ compensează cîmpul magnetic coercitiv. Pe măsură ce punctul figurativ se apropie de punctul *3* se reduce cîmpul magnetic coercitiv pînă la anularea sa și odată cu el partea din cîmpul magnetic care-l compensează. Pe ramura *3-4* începe treptat să se refacă cîmpul magnetic coercitiv, cu schimbare a sensului, avînd o acțiune aditivă față de cîmpul magnetic variabil activ. Acest aspect este valabil în momentul în care cîmpul magnetic variabil schimbă de sens și situația începe să se repete pentru ramurile *4-1* și *1-2*, după care ciclul se reia.

În practică se măsoară sau se reprezintă grafic cîmpul magnetic generat și nu cîmpul magnetic rezultat din suprapunerea acestui cîmp cu cîmpul magnetic coercitiv. Ca urmare a acestui fapt pentru funcțiile $\mu = f(x)$ și $d\mu/dx = F(\mu, x)$, în reprezentarea grafică se vor folosi valorile x' și x'' sau $-x'$ și $-x''$, corespunzătoare ciclului de histerezis.

Pentru calculul relației (7) se vor folosi valorile lui $d\mu/dx$ corespunzătoare perechilor de valori $\pm x'$ și $\pm x''$, cu scopul de a putea fi confruntate înregistrările experimentale cu datele calculate.

3. Concluzii

Din cele prezentate se desprind următoarele concluzii:

a) Ciclul de histerezis, în cazul magnetizării ortogonale cu un cîmp magnetic continuu și constant, poate fi descris analitic prin patru ecuații, ușor programabile pe calculatoare cifrice, care-l redau cu suficientă precizie prin patru arce de hiperbolă, ca și în cazul unui ciclu de histerezis normal.

b) Analog cu ciclul de histerezis se poate reda și curba de magnetizare medie care permite să se calculeze permeabilitatea magnetică pentru întregul domeniu de variație a cîmpului magnetic și să se traseze curba $\mu = f(H)$.

c) Se arată posibilitatea trasării curbei $\mu = F(H')$ în care se ia în considerație existența cîmpului magnetic coercitiv și în care H' (sau în valori raportate x') reprezintă valorile reale ale cîmpului magnetic alternativ.

d) S-a demonstrat posibilitatea ca plecînd de la ciclul de histerezis cunoscut al miezului feromagnetic să se poată calcula curba t. e. m. indusă într-o bobină coaxială cîmpului magnetic ortogonal continuu.

Primită la 28 noiembrie 1973
Text revizuit primit la 10 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electroenergetică
și
Centrul regional de calcul, Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Henry J. P., Maizières C., *Simulation d'une bobine à noyau de fer au moyen d'un calculateur analogique à courant continu.* Automatisme, **3**, 1—4 (1965).
2. Maizières C., Fourquet M., *Simulation d'une bobine à noyau de fer par représentation mathématique du cycle d'hystérézis.* RGÉ, **77**, *5*, 476—481 (1968).
3. Leonte P., *Procedee și dispozitive noi de măsurare a curenților electrici cu unele aplicații la încercările aparatelor electrice.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1975.

ÜBER DIE BENÜTZUNGSMÖ GLICHKEIT DER DIGITALRECHNER ZUM STUDIUM DER FERROMAGNETISCHEN ORTHOGONAL MAGNETISIERTEN MECHANISMEN

(Zusammenfassung)

Es werden die Möglichkeiten zur Approximierung durch am Digitalrechner einfach programierbaren Ausdrücken der in Anwesenheit einer von Gleichstrom erzeugten orthogonalen magnetischen Feld erscheinenden Hysteresisschleife und der mittleren Magnetisierungskurve, sowie zur Erläuterung der in einer mit der Richtung dieses Feldes koaxialen Spule induzierten E. M. K., dargestellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. C. 621.313.333

THE ELECTROMAGNETIC TORQUE OF AN INDUCTION MOTOR WITH ARCH STATOR, AXIAL AIR-GAP AND SOLID ROTOR

BY

I. ANDRONE

1. Introduction

The description of the motor construction is illustrated in Fig. 1 and 2. The stator is composed of steel laminations and is endowed with slots in which is placed a polyphase winding or a single-phase equivalent winding (with shaded poles or with split-phase). The rotor is of the solid type and disk form ; its material is nonmagnetic one (aluminium).

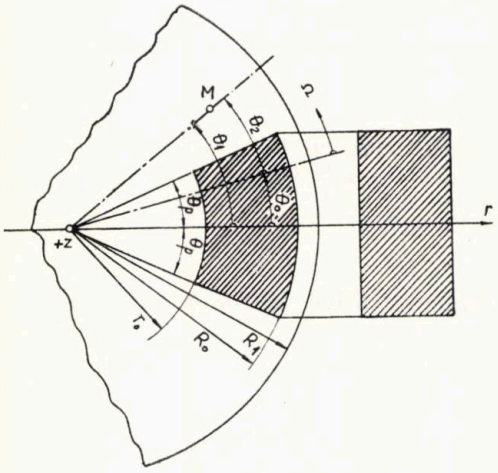


Fig. 1

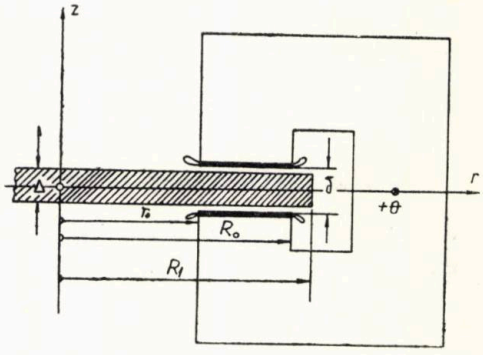


Fig. 2

The typical use of this type of motor is there where the access to the periphery of the rotor is confined, the small mechanical inertia and the great thermic capacity are advantages. The investigations can make up an auxiliary means for the performances derivation of the linear motors.

2. Assumptions

1. The time variation of the electromagnetic field components are harmonic waves ($\partial/\partial t = j\omega$) that leads through the use of the complex quantities to the complex vectors, functions only of point: **H, B, E, J.**

2. The magnetic field has only axial (z) component what is not function of z in air-gap.

3. The electric field (and the current density) in rotor has only radial (r) and tangential (z) components.

4. The rotor consist of a homogeneous nonmagnetic material of finite permeability ($\mu_2 = \mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m) and finite conductivity (σ_2).

5. The stator is composed of thin laminations with infinite permeability and zero conductivity; hysteresis effects are neglected.

6. The equations are derived for three regions (Fig. 1):

$|\theta_1| < \theta_p$; $r_0 < r < R_0$; $H_z \neq 0$,

$|\theta_1| < \theta_p$; $R_0 < r < r_0$; $H_z = 0$,

$|\theta_1| > \theta_p$; $0 < r < R_1$; $H_z = 0$.

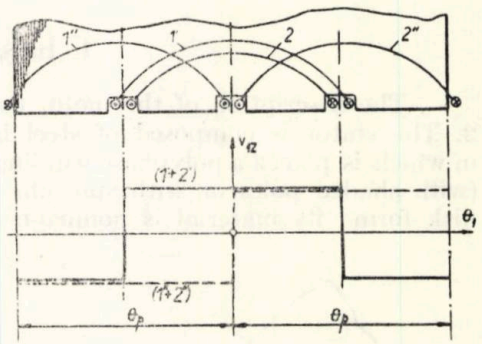


Fig. 3

7. The magnetic tension produced by the stator (Fig. 3) is

$$(1)\qquad v_1(t, \theta_1) = V_{1m}\cos(\omega_1 t - p\theta_1) = \mathcal{R}e(\underline{V}_{1m}) = \mathcal{R}e[V_{1m}e^{j(\omega_1 t - p\theta_1)}],$$

with

$$V_{1m} = \frac{4}{\pi}V_1 = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{w}{p}I\sqrt{2}\frac{m}{2}.$$

8. There are the following relationship between the stator and rotor tangential co-ordinates, in electromechanical steady-state

$$(2)\qquad \omega_1 t - p\theta_1 = \omega_2 t - p\theta_2.$$

3. The Derivation of the Electromagnetic Field in the 1st Region

The Maxwell's equations for electromagnetic field in this region are:

$$(3)\qquad \nabla\times\underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}}. \qquad (4)\qquad \nabla\times\underline{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},$$

$$(5)\qquad \nabla\cdot\underline{\mathbf{H}} = 0, \qquad (6)\qquad \nabla\cdot\underline{\mathbf{E}} = 0.$$

Because of the discontinuity in the physical properties of the material in the 1st region, in cylindrical co-ordinates the eqs. (3)...(6) are:

$$(7)\qquad -jp\underline{H}_z = -jp\frac{1}{\delta}\underline{V}_{1m} + \frac{\Delta}{\delta}r\sigma_2\underline{E}_r, \qquad (8)\qquad -\frac{d\underline{H}_z}{dr} = \frac{\Delta}{\delta}\sigma_2\underline{E}_\theta,$$

$$(9)\qquad \frac{dE_\theta}{dr} + \frac{E_\theta}{r} + \frac{jp}{r} E_r = -j\omega_2 \mu_2 H_z, \qquad (10)\qquad \frac{dE_r}{dr} + \frac{E_r}{r} - \frac{jp}{r} E_\theta = 0.$$

Differentiating eq. (8) w. r. t. r and taking into account (7), the differential eq. in terms of H_z is

$$(11)\qquad r^2 \frac{d^2H_z}{dr^2} + \frac{dH_z}{dr} - (p^2 + j\gamma_2^2 r^2)H_z = -\frac{p^2}{\delta} V_{1m},$$

where

$$(12)\qquad \gamma_2^2 = \omega_2 \mu_2 \sigma_2 \frac{\Delta}{\delta}.$$

Since the homogeneous equation of (11) is of the Besse l's type, the general solution of (11) is

$$(13)\qquad H_z = p^2\left(\frac{p^2}{p^4 + \gamma_2^4 r^4} - j\frac{\gamma_2^2 r^2}{p^4 + \gamma_2^4 r^4}\right)\frac{V_{1m}}{\delta} + \\ + [K_1 J_p(\gamma_2 r j^{3/2}) + K_2 Y_p(\gamma_2 r j^{3/2})]e^{j(\omega_1 t - p\theta_1)}.$$

From eq. (7) it results

$$(14)\qquad E_r = -p\gamma_2^2 \frac{\delta}{\Delta}\left(p^2 \frac{r}{p^4 + \gamma_2^4 r^4} - j\gamma_2^2 \frac{r^3}{p^4 + \gamma_2^4 r^4}\right)\frac{V_{1m}}{\delta\sigma_2} - \\ - j\frac{p}{r\sigma_2} \cdot \frac{\delta}{\Delta}[K_1 J_p(\gamma_2 r j^{3/2}) + K_2 Y_p(\gamma_2 r j^{3/2})]\, e^{j(\omega_1 t - p\theta_1)}$$

and from eq. (8)

$$(15)\qquad E_\theta = 2p^2\gamma_2^2 \frac{\delta}{\Delta}\left[\frac{2p\gamma_2^2 r^3}{(p^4 + \gamma_2^4 r^4)^2} + j\frac{p^4 r - \gamma_2^4 r^5}{(p^4 + \gamma_2^4 r^4)^2}\right]\frac{V_{1m}}{\delta\tau_2} - \\ - j^{3/2}\frac{\delta}{\Delta} \cdot \frac{\gamma_2}{\sigma_2}[K_1 J'_p(\gamma_2 r j^{3/2}) + K_2 Y'_p(\gamma_2 r j^{3/2})e^{j(\omega_1 t - p\theta_1)},$$

where J'_p and Y'_p are differential coefficients of J_p and Y_p w. r. t. $\gamma_2 r j^{3/2}$.

The rotor current density is

$$(16)\qquad J_r = \sigma_2 E_r, \quad J_\theta = \sigma_2 E_\theta.$$

4. The Derivation of the Electromagnetic Field in the 2nd Region

In this region the magnetic field is zero ($H_z = 0$) thus:

$$(17)\qquad \frac{dE_\theta}{dr} + \frac{E_\theta}{r} + \frac{jp}{r} E_r = 0, \qquad (18)\qquad \frac{dE_r}{dr} + \frac{E_r}{r} - \frac{jp}{r} E_\theta = 0.$$

Multipling eq. (17) by $-\mathrm{j}p$ and dividing it by r, differentiating eq. (18) w. r. t. r, the differential eq. in terms of $\underline{E}_r$ is

$$\frac{\mathrm{d}^2\underline{E}_r}{\mathrm{d}r^2} + \frac{3}{r}\cdot\frac{\mathrm{d}\underline{E}_r}{\mathrm{d}r} - (p^2-1)\frac{\underline{E}_r}{r^2} = 0. \tag{19}$$

This is an Euler's type equation with the solution

$$\underline{E}_r = \frac{1}{r}(\underline{K}_3\, r^p + \underline{K}_4\, r^{-p})\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1 t - p\theta_1)}. \tag{20}$$

From eq. (18) it results

$$\underline{E}_\theta = -\frac{\mathrm{j}}{r}(\underline{K}_3\, r^p - \underline{K}_4\, r^{-p})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1 t - p\theta_1)}. \tag{21}$$

The current density can be determined from the eqs. of type (16).

5. The Derivation of the Electromagnetic Field in the 3rd Region

For this region the eqs. (17) and (18) are written in the following form :

$$\frac{\partial \underline{E}_\theta}{\partial r} + \frac{\underline{E}_\theta}{r} - \frac{\partial \underline{E}_r}{r\partial\theta_2} = 0, \tag{22}$$

$$\frac{\partial \underline{E}_r}{\partial r} + \frac{\underline{E}_r}{r} + \frac{\partial \underline{E}_\theta}{r\partial\theta_2} = 0. \tag{23}$$

In a similary manner as in § 4 it results the following differential eq. in terms of $\underline{E}_r$:

$$\frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial r^2} + \frac{3}{r}\cdot\frac{\partial \underline{E}_r}{\partial r} + \frac{\underline{E}_r}{r^2} + \frac{\partial^2\underline{E}_r}{r^2\partial\theta_2^2} = 0. \tag{24}$$

The solution of eq. (24), again of Euler's type, is

$$\underline{E}_r = \frac{1}{r}(\underline{K}_5 r^{\mathrm{j}p} + \underline{K}_6 r^{-\mathrm{j}p})\mathrm{e}^{\pm p\theta_2}. \tag{25}$$

From eq. (23) one obtain

$$\underline{E}_\theta = \pm\frac{\mathrm{j}}{r}(\underline{K}_5 r^{\mathrm{j}p} - \underline{K}_6 r^{-\mathrm{j}p})\mathrm{e}^{\pm p\theta_2}. \tag{26}$$

The current density can again be determined from (16).

6. The Constants Determination

Since the Bessel's function of the second kind, Y_p, has an infinite value when its argument is zero (at $r = 0$ and $s = 0$), $K_2 = 0$. If $R_0 = R_1$, as the test was performed, then

$$\underline{E}_r\Big|_{r=R_0} = 0. \tag{27}$$

Thus

$$\mathrm{j}\frac{p}{R_0\sqrt{2}}\cdot\frac{\delta}{\Delta}K_1\,\mathrm{J}_p(\gamma_2 R_0\mathrm{j}^{3/2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1 t-p\theta_1)} = -p\gamma_2^2\frac{\delta}{\Delta}\left(p^2\frac{R_0}{p^4+\gamma_2^4R_0^4}-\right.$$
$$\left.-\mathrm{j}\gamma_2^2\frac{R_0^3}{p^4+\gamma_2^4R_0^4}\right)\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta\sigma_2}. \tag{28}$$

From (28) it results

$$\underline{K}_1 = K_{1r} + \mathrm{j}K_{1i}, \tag{29}$$

where :

$$K_{1r} = \frac{\gamma_2^4R_0^4\,\mathrm{ber}_p(\gamma_2R_0)+p^2\gamma_2^2R_0^2\,\mathrm{bei}_p(\gamma_2R_0)}{(p^4+\gamma_2^4R_0^4)\,[\mathrm{ber}_p^2(\gamma_2R_0)+\mathrm{bei}_p^2(\gamma_2R_0)]}\cdot\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta}, \tag{30}$$

$$K_{1i} = \frac{p^2\gamma_2^2R_0^2\,\mathrm{ber}_p(\gamma_2R_0)-\gamma_2^4R_0^4\,\mathrm{bei}_p(\gamma_2R_0)}{(p^4+\gamma_2^4R_0^4)\,[\mathrm{ber}_p^2(\gamma_2R_0)+\mathrm{bei}_p^2(\gamma_2R_0)]}\cdot\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta} \tag{31}$$

and

$$\mathrm{J}_p(\gamma_2R_0\,\mathrm{j}^{3/2}) = \mathrm{ber}_p(\gamma_2R_0)+\mathrm{j}\,\mathrm{bei}_p(\gamma_2R_0), \tag{32}$$

with ber_p and bei_p — the K e l v i n's functions of order p.

In the general case in which $R_1 > R_0$, the integration constants are determined from the boundary conditions : current density is a continuous function at the rotor boundaries $r = r_0$, $r = R_0$ and $\theta_1 = \pm\theta_p$, the radial component of the current density is zero at $r = 0$ and $r = R_1$ and the tangential component of the current density is zero at $\theta_1 = \pm\pi$. For example, $K_4 = 0$ in eqs. (24) and (25) because r^{-p} tends to the infinite value when r tends to zero.

Since the constants $\underline{K}_3$, $\underline{K}_4$, $\underline{K}_5$ and $\underline{K}_6$ are not used in the follows, their expressions are not writen.

Therein, for 1st region :

$$\underline{H}_z = p^2\left(\frac{p^2}{p^4+\gamma_2^4r^4}-\mathrm{j}\frac{\gamma_2^2r^2}{p^4+\gamma_2^4r^4}\right)\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta}+\underline{K}_1\,\mathrm{J}_p(\gamma_2\,r\mathrm{j}^{3/2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1t-p\theta_1)}, \tag{33}$$

$$\underline{E}_r = -p\gamma_2^2\frac{\delta}{\Delta}\left(p^2\frac{r}{p^4+\gamma_2^4r^4}-\mathrm{j}\gamma_2^2\frac{r^3}{p^4+\gamma_2^4r^4}\right)\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta\sigma_2}-$$
$$-\mathrm{j}\frac{p}{r\sigma_2}\cdot\frac{\delta}{\Delta}\underline{K}_1\,\mathrm{J}_p(\gamma_2\,r\mathrm{j}^{3/2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1t-p\theta_1)}, \tag{34}$$

$$\underline{E}_\theta = 2p^2\gamma_2^2\frac{\delta}{\Delta}\left[\frac{2p^2\gamma_2^2r^3}{(p^4+\gamma_2^4r^4)^2}+\mathrm{j}\frac{p^4r-\gamma_2^4r^5}{(p^4+\gamma_2^4r^4)^2}\right]\frac{\underline{V}_{1m}}{\delta\sigma_2}-$$
$$-\mathrm{j}^{3/2}\frac{\delta}{\Delta}\cdot\frac{\gamma_2}{\sigma_2}\underline{K}_1\,\mathrm{J}_p'(\gamma_2\,r\mathrm{j}^{3/2})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_1t-p\theta_1)}. \tag{35}$$

7. The Derivation of the Electromagnetic Forces and Torque

The L a p l a c e's incremental force appling on the element of volume dv, is

$$d^3 F = (\mathbf{J}\times\mathbf{B})\, dv = \frac{1}{2}\mathcal{R}e(\mathbf{J}\times\mathbf{B}^*)\, dv, \tag{36}$$

in which

$$dv = r\ dr\, d\theta_1\, dz. \tag{37}$$

Because the z-direction is a special one

$$d^2\mathbf{F} = \frac{\Delta}{2}\mathcal{R}e(\mathbf{J}\times\mathbf{B}^*) r\, dr\, d\theta_1. \tag{38}$$

From (38) it results

$$d^2F_r = \frac{\Delta}{2}\mathcal{R}e(\underline{J}_\theta\, \underline{B}_z^*)\, r\, dr\, d\theta_1, \tag{39}$$

$$d^2F_\theta = \frac{\Delta}{2}\mathcal{R}e(-\underline{J}_r\, \underline{B}_z^*) r\, dr\, d\theta_1, \tag{40}$$

$$d^2F_z = 0. \tag{41}$$

Further will be derived the incremental tangential force d^2F_θ. We can observe that

$$\mathcal{R}e(-\underline{J}_r\, \underline{B}_z^*) = \mathcal{R}e(-\mu_2 \underline{J}_r\, \underline{H}_z^*) \tag{42}$$

and from eqs. (7) and (33) it results

$$\mathcal{R}e(-\mu_2 \underline{J}_r\, \underline{H}_z^*) = \mu_2 p^3 \gamma_2^2 \frac{\delta}{\Delta}\cdot\frac{r}{p^4+\gamma_2^4 r^4}\cdot\frac{V_{1m}^2}{\delta^2} + \tag{43}$$

$$+ \mu_2 p \frac{1}{r}\cdot\frac{\delta}{\Delta}\cdot\frac{V_{1m}}{\delta}\mathcal{R}e\,[\mathrm{j}\underline{K}_1 J_p(\gamma_2 r \mathrm{j}^{3/2})].$$

Hence

$$d^2F_\theta = \frac{1}{2}\mu_2 p^3 \gamma_2^2 \frac{r^2}{p^4+\gamma_2^4 r^4}\cdot\frac{V_{1m}^2}{\delta} dr\, d\theta_1 + \tag{44}$$

$$+ \frac{1}{2}\mu_2 p\, V_{1m}\mathcal{R}e\,[\mathrm{j}\underline{K}_1 J_p(\gamma_2 r \mathrm{j}^{3/2})]\, dr\, d\theta_1.$$

Since

$$\int\frac{r^2}{p^4+\gamma_2^4 r^4} dr = -\frac{1}{4\sqrt{2}\gamma_2^3}\left[\ln\frac{\gamma_2^2 r^2+\sqrt{2}p\gamma_2 r+p^2}{\gamma_2^2 r^2-\sqrt{2}p\gamma_2 r+p^2} - 2\,\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{2}p\gamma_2 r}{p^2-\gamma_2^2 r^2}\right] \tag{45}$$

and

$$\int J_p(\gamma_2 r j^{3/2})dr = j^{-3/2} \frac{2}{\gamma_2} \sum_{k=0}^{\infty} J_{p+2k+1}(\gamma_2 r j^{3/2}), \tag{46}$$

$$\int_{r_0}^{R_0} \int_{-\theta_p}^{\theta_p} d^2F_\theta = -\frac{\sqrt{2}}{\delta} p^2 \frac{\mu_2}{\gamma_2} \theta_p \frac{V_{1m}^2}{\delta} \times$$

$$\times \left[\ln \frac{(\gamma_2^2 R_0^2 + \sqrt{2} p\gamma_2 R_0 + p^2)(\gamma_2^2 r_0^2 - \sqrt{2} p\gamma_2 r_0 + p^2)}{(\gamma_2^2 R_0^2 - \sqrt{2} p\gamma_2 R_0 + p^2)(\gamma_2^2 r_0^2 + \sqrt{2} p\gamma_2 r_0 + p^2)} - \right. \tag{47}$$

$$- 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2} p\gamma_2 R_0 (p^2 - \gamma_2^2 r_0^2) - \sqrt{2}\gamma_2 r_0 (p^2 - \gamma_2^2 R_0^2)}{2p^2 \gamma_2^2 R_0 r_0 + (p^2 - \gamma_2^2 R_0^2)(p^2 - \gamma_2^2 r_0^2)} +$$

$$\left. + \sqrt{2} p \frac{\mu_2}{\gamma_2} \theta_p V_{1m} \sum_{k=0}^{\infty} \{K_{1s}[\mathrm{ber}_{p+2k+1}(\gamma_2 R_0) - \mathrm{ber}_{p+2k+1}(\gamma_2 r_0)] - \right.$$

$$\left. - K_{1d} [\mathrm{bei}_{p+2k+1}(\gamma_2 R_0) - \mathrm{bei}_{p+2k+1}(\gamma_2 r_0)] \right\},$$

where

$$K_{1s} = K_{1r} + K_{1i}, \quad K_{1d} = K_{1r} - K_{1i} \tag{48}$$

and

$$j^{-1/2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - j). \tag{49}$$

In a similary way with F_θ can be derived the radial force F_r by means of (39).

For derivation of the electromagnetic torque produced by the tangential force it must be integrated the equation

$$d^2T_\theta = r\ d^2F_\theta. \tag{50}$$

It can be made but for simplicity, with an approximation, the torque can be derived with a constant radius at the maximum of force F_θ or, for more simplicity, with a constant radius ρ_0,

$$\rho_0 = \frac{r_0 + R_0}{2}. \tag{51}$$

Hence

$$T_\theta = \rho_0 F_\theta. \tag{52}$$

With the notations:

$$F_0(p,\ \gamma_2,\ r_0,\ R_0) = \ln \left| \frac{(\gamma_2^2 R_0^2 + \sqrt{2} p\gamma_2 R_0 + p^2)(\gamma_2^2 r_0^2 - \sqrt{2} p\gamma_2 r_0 + p^2)}{(\gamma_2^2 R_0^2 - \sqrt{2} p\gamma_2 R_0 + p^2)(\gamma_2^2 r_0^2 + \sqrt{2} p\gamma_2 r_0 + p^2)} \right|, \tag{53}$$

$$(54)\quad \varphi_0(p, \gamma_2, r_0, R_0)=2\,\mathrm{arctg}\left[\frac{\sqrt{2}p\gamma_2 R_0(p^2-\gamma_2^2 r_0^2)-\sqrt{2}p\gamma_2 r_0(p^2-\gamma_2^2 R_0^2)}{2p\gamma_2^2 R_0 r_0+(p^2-\gamma_2^2 R_0^2)(p^2-\gamma_2^2 r_0^2)}\right],$$

$$(55)\quad Z_{r0}(p, \gamma_2, r_0, R_0)=\sum_{k=0}^{\infty}[\mathrm{ber}_{p+2k+1}(\gamma_2 R_0)-\mathrm{ber}_{p+2k+1}(\gamma_2 r_0)],$$

$$(56)\quad Z_{i0}(p, \gamma_2, r_0, R_0)=\sum_{k=0}^{\infty}[\mathrm{bei}_{p+2k+1}(\gamma_2 R_0)-\mathrm{bei}_{p+2k+1}(\gamma_2 r_0)],$$

the tangential force and torque becomes:

$$(57)\quad F_\theta=-\frac{\sqrt{2}}{8}p^2\frac{\mu_2}{\gamma_2}\theta_p\frac{1}{\delta}(F_0-\varphi_0)V_{1m}^2+\sqrt{2}p\frac{\mu_2}{\gamma_2}\theta_p(K_{1s}Z_{r0}-K_{1d}Z_{i0})V_{1m},$$

$$(58)\quad T_\theta=-\frac{\sqrt{2}}{8}p^2\frac{\mu_2}{\gamma_2}\theta_p\frac{\rho_0}{\delta}(F_0-\varphi_0)V_{1m}^2+\sqrt{2}p\frac{\mu_2}{\gamma_2}\theta_p\rho_0(K_{1s}Z_{r0}-K_{1d}Z_{i0})V_{1m}.$$

With the notations:

$$(59)\quad C_{1s}=\delta\frac{K_{1s}}{V_{1m}},\qquad (60)\quad C_{1d}=\delta\frac{K_{1d}}{V_{1m}},$$

the electromagnetic torque becomes

$$(61)\quad T_0=\sqrt{2}p\frac{\mu_2}{\gamma_2}\theta_p\frac{\rho_0}{\delta}\left[C_{1s}Z_{r0}-C_{1d}Z_{i0}-\frac{p}{8}(F_0-\varphi_0)\right]V_{1m}^2.$$

Observations. 1°. Concerning to the relationships (7) and (8), it was writing the magnetic circuit law in the integral form on the Γ' (Fig. 4) and Γ'' (Fig. 5), outlines, respectively.

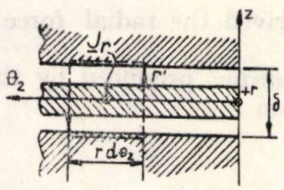


Fig. 4

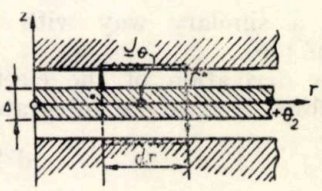


Fig. 5

2°. It is to notice the variation of the electromagnetic torque with respect to $\sqrt{s}$ in the relation (61).

3. The use of a digital computer is of the great necessity, not only in the derivation of the electromagnetic field components but in the derivation of the forces and torque. For this aim a FORTRAN programe was writed for a digital computer of Felix C-256 type. The values of C_{1r}, C_{1i}, Z_{r0}, F_0, φ_0 for the variation of the slip s_m between 0 and 1 with the step 0.1 were calculated. The Kelvin's functions for various orders and variable arguments were calculated by the relationships:

$$(62)\quad \mathrm{ber}_p(x)=\left(\frac{x}{2}\right)^p\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{3p}{4}+\frac{k}{2}\right)\pi}{k!\,(p+k)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2k},$$

$$\text{bei}_p(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^p \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{3p}{4} + \frac{k}{2}\right)\pi}{k!\,(p+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} \tag{63}$$

and was verified by the recurrence relationships :

$$f_{p+1} + f_{p-1} = -\frac{p\sqrt{2}}{x}(f_p - g_p), \tag{64}$$

$$f'_p - \frac{p}{x} f_p = \frac{1}{\sqrt{2}}(f_{p+1} + g_{p+1}), \tag{65}$$

$$f'_p + \frac{p}{x} f_p = \frac{-1}{\sqrt{2}}(f_{p-1} + g_{-1}), \tag{66}$$

in which f_p and g_p are any one of the pairs :

$$f_p = \text{ber}_p(x), \quad g_p = \text{bei}_p(x), \tag{67}$$

$$f_p = \text{bei}_p(x), \quad g_p = -\text{ber}_p(x). \tag{68}$$

4°. According to the arch stator machines theory the angular synchronous speed (average value) was determined as

$$\Omega_{1m} = \frac{\omega_1}{p} \cdot \frac{\theta_p}{\pi}. \tag{69}$$

8. Test Results

The results of the computation by digital computer of the K e l v i n's functions, Z_{r_0}, Z_{i_0}, $T_{\theta t}$ (calculated electromagnetic torque values) and the measurated values of the electromagnetic torque $T_{\theta d}$ are shown in Tables 1 and 2 as functions of the slips s and s_m (corresponding to the angular speed Ω_{1m}). The values of $T_{\theta t}$ were calculated with the values of the currents obtained by tests.

Table 1

s_m	$\text{ber}_p(\gamma_2 R_0)$	$\text{ber}_p(\gamma_2 r_0)$	$\text{bei}_p(\gamma_2 R_0)$	$\text{bei}_p(\gamma_2 r_0)$
0.00	0.000	0.000	0.000	0.0000
0.10	— 1.7935	— 0.9261	— 0.6306	0.3266
0.20	— 1.3968	— 1.5239	— 3.7773	— 0.1359
0.30	2.4844	— 1.9326	— 7.0188	— 1.1439
0.40	10.8053	— 1.9241	— 7.4391	— 2.2913
0.50	20.3689	— 1.3968	— 2.3171	— 3.7773
0.60	29.9065	— 0.3948	11.8575	— 5.1214
0.70	33.1194	1.3127	34.0162	— 6.4420
0.80	24.1007	3.1578	65.9591	— 7.2690
0.90	— 0.1384	6.4735	97.4626	— 7.8656
1.00	— 59.4776	9.6200	131.8786	— 7.6730

Table 2

s_m	Z_{r0}	Z_{i0}	$T\theta_t$ Nm	$T\theta_d$ Nm	$\Delta T\theta$ %	s
0.00	0.0000	0.0000	0.00	—	—	0.833
0.10	0.8229	0.4326	1.10	—	—	0.850
0.20	2.0982	0.0035	2.25	2.20	2.27	0.867
0.30	3.3514	2.4548	3.40	3.35	1.49	0.884
0.40	3.1945	6.6102	4.40	4.30	2.33	0.900
0.50	— 0.1309	11.5609	5.30	5.20	1.92	0.917
0.60	— 3.7130	16.3963	6.20	6.10	1.64	0.933
0.70	— 20.3490	23.9162	7.10	7.00	1.43	0.950
0.80	— 37.5860	12.3530	8.00	7.95	0.63	0.966
0.90	— 54.9356	— 3.0193	9.00	8.95	0.56	0.984
1.00	— 76.5850	— 32.4616	9.90	—	—	1.000

The motor data are:

$$R_1 = R_0 = 0.16 \text{ [m]}, \quad r_0 = 0.10 \text{ [m]}, \quad \mu_2 = 4\pi.10^{-7} \text{ [H/m]},$$

$$\omega_2 = 100\,\pi s \text{ [s}^{-1}\text{]}, \quad \sigma_2 = 30.10^6 \text{ [}\Omega^{-1}\text{ m}^{-1}\text{]}, \quad m = 2, \quad w = 10,$$

$$\theta_p = \frac{\pi}{6}, \quad \frac{\Omega_{1m}}{\Omega_1} = \frac{1-s}{1-s_m} = \frac{\theta_p}{\pi} = \frac{1}{6}, \quad p = 1.$$

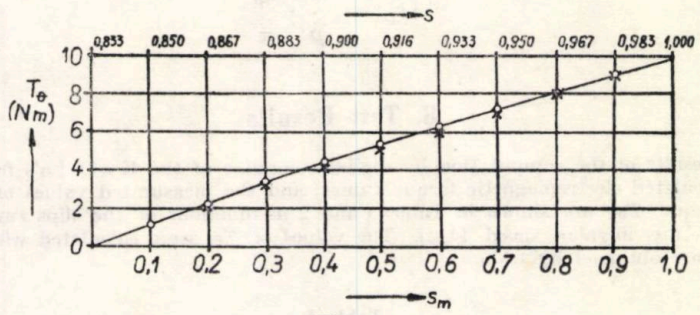


Fig. 6

In Fig. 6 the torque $T_{\theta t}(\circ)$ and $T_{\theta d}(\times)$ versus s and s_m are drawn; it is to notice the good agreement between theory and tests results (the difference between the measurated and calculated values of the torque are less than 5 per cent).

Appendix

For the derivation of electromagnetic torque with the relation (50) is necessary to be calculated the integrals:

$$(A_1) \qquad I_1 = \int \frac{r^3}{p^4 + \gamma_2^4 r^4}\, dr, \qquad (A_2) \qquad I_2 = \int J_p(\gamma_2 r j^{3/2})\, r\, dr$$

The first integral is of the type

$$I_1 = \int \frac{x^n}{a + bx^m}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sqrt[m]{\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}}\,\frac{t^n}{1+t^m}\,\mathrm{d}t, \tag{A$_3$}$$

where :

$$t = \sqrt{\frac{b}{a}}\,x, \qquad a = p^4, \qquad b = \gamma_2^4, \qquad n = 3, \qquad m = 4. \tag{A$_4$}$$

The second integral is of the type

$$I_2 = \int J_p(\gamma_2\, re^{j3\pi/4})r\,\mathrm{d}r = \frac{r}{\gamma_2 e^{j3\pi/4}}\,\frac{\Gamma[(p+2)/2]}{\Gamma(p/2)} \times$$

$$\times \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{(p+2\lambda+1)\,\Gamma(p/2+\lambda)}{\Gamma[(p+4)/2+\lambda]}\,J_{p+2\lambda+1}(\gamma re^{j3\pi/4}), \tag{A$_5$}$$

where

$$\Gamma(z) = \int t^{z-1}e^{-t}\mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{n!\,n^z}{z(z+1)\ldots(z+n)}, \qquad (z = 0, -1, -2, \ldots), \tag{A$_6$}$$

is the factorial (gamma) function.

Received, Septembrer 12, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrical Machines
and General Electrotechnics

REFERENCES

1. Angst C., *Polyphase Induction Motor with Solid Rotor, Effects of Saturation and Finite Lenght.* AIEE PAS, Febr. 1962.
2. Fransua Al., *Consideraţii asupra funcţionării motorului asincron bifazat cu rotor în formă de pahar.* Electrotehnica, 7, 5 (1959).
3. Фридкин П. А., *Безредукторный дугостаторный электропривод.* Изд. Энергия, Л., 1970.
4. Guilford E. G., *Theory of Induction Machine with Conducting Sleeve Rotor.* AIEE PAS, Febr. 1962.

CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL UNUI MOTOR DE INDUCŢIE CU STATORUL ÎN FORMĂ DE ARC, ÎNTREFIER AXIAL ŞI ROTOR MASIV

(Rezumat)

Cu ajutorul ecuaţiilor lui Maxwell pentru cîmpul electromagnetic se determină forţele şi cuplul electromagnetic al unui motor de inducţie cu statorul în formă de arc, întrefier axial şi rotor masiv (disc) nemagnetic. Elementele studiate se determină prin integrarea unor ecuaţii de tip Bessel şi Euler iar calculele s-au efectuat cu ajutorul unui calculator electronic tip Felix C-256.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1–2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.313.333: 677.05

BETRACHTUNGEN ÜBER DEN DREHSTROMASYNCHRONMOTOREN DIE WEBSTÜHLE ANTREIBEN *)

VON

IOSIF BERGMAN

1. Vorwort

Einige Einzelheiten die den Leistungsfaktor der Drehstromasynchronmotoren die Webstühle antreiben betrefen, wurden in [1] und [2] erläutert.

Im theoretischen Studium [1] wird die Tatsache das durch der veränderlichen augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit der Welle des Webstuhls, der antreibende Asynchronmotor eine bedeutende deformierende Leistung vom Netz entnimmt, was der Hauptgrund der Verkleinerung dessen Leistungsfaktors, ist, bewiesen.

Die aus der Literatur bekannten theoretischen Schwierigkeiten was die Asynchronmaschinen anbetrifft haben zur Vernachlässigung des Wirk- und Streublindwiderstands der Ständerwicklung geführt.

Das Antreiben der Ausrüstungen die für den Asynchronmotoren eine veränderliche Last bilden stellt eine Reihe besonderer Probleme die in der Fachliteratur studiert sind [3], [4]. Es wird besonders die Stabilität und die Verkleinerung der Drehmomentstöße beachtet. In [3] wird die Vergrößerung des Läuferwirkwiderstandes um die Verkleinerung dieser Stöße zu erreichen vorgeschlagen. In diesen Arbeiten wird ganz oder nur teilweise der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt.

Die Bestimmung der Leistung des Asynchronmotors mit Hilfe des Lastdiagrams sogar unter Berücksichtigung des Trägheitsmomentes [5] genügt nicht im Fall des Webstuhls weil eben die Wirkung der veränderlichen Winkelgeschwindigkeit auf dem Motor vernachlässigt wird.

In den vorliegenden Studium werden einige Erscheinungen die bei der Arbeit von kleinen Drehstromasynchronmotoren mit veränderlicher Last vorkommen, besonders im Fall der Webstühle, herausgeforscht.

2. Der Ausdruck der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit der Welle des Motors

Wie von der Fachliteratur bekannt ist, schwankt die Winkelgeschwindigkeit der Hauptwelle des Webstuhls im Laufe einer Umdrehung derselben nach einer komplizierten Kurve, die beispielsweise auch în [2] dargestellt ist.

---

*) Mitgeteilt an der wissenschaftlichen Jubiläumstagung „60 Jahre elektrotechnische Unterricht in Jassy", 21.–28. Dezember 1972.

Sowie în [1] wird hier für die augenblickliche Winkelgeschwindigkeit der Welle des Motors, der in [6] vorgelegte vereinfachte Ansdruck, benützt:

$$\omega = \nu\omega_m\left(1 + \frac{\mu}{2}\cos 2\omega_m t\right), \tag{1}$$

wo

$$\omega_m = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \tag{2}$$

den Durchschnittswert der Winkelgeschwindigkeit der Hauptwelle des Webstuhls, und

$$\mu = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_m} \tag{3}$$

den Ungleichmäßigkeitsgrad darstellen, während ω_{max} und ω_{min} die maximale und minimale Winkelgeschwindigkeiten dieser Welle sind.

Der Schlupf im Verhältnis zur synchronen Winkelgeschwindigkeit $\Omega_1 = 2\pi n_1 = 2\pi f/p$ ist:

$$s = 1 - \frac{\omega}{\Omega_1} = 1 - \frac{\nu\omega_m}{\Omega_1} - \frac{\nu\mu\omega_m}{2\Omega_1}\cos 2\omega_m t. \tag{4}$$

Es wird durch:

$$s_0 = 1 - \frac{\nu\omega_m}{\Omega_1} = 1 - \frac{p\nu\omega_m}{2\pi f} \tag{5}$$

der mit der Zeit unveränderlichbleibende Anteil des Schlupfes bezeichnet.

Der Ausdruck der Winkelgeschwindigkeit (1) kann in einer von der Zeit unabhängigen und einer von dieser abhängigen Komponente zerlegt werden:

$$\omega = \nu\omega_m + \Delta\omega, \tag{6}$$

wo die von der Zeit abhängige Komponente:

$$\Delta\omega = \frac{\nu\mu\omega_m}{2}\cos 2\omega_m t \tag{7}$$

ist.

3. Die in dieser Arbeit genutzte Gleichungen der Asynchronmaschine

Von den vielen Ausdrucksformen der Gleichungen der Asynchronmaschine werden hier die im synchronen Koordinatensystem in folgender Weise geschriebenen [3], [4], genützt:

$$\frac{u_s}{L'_s} = \omega_1 s_{ks} i_s + \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + k_s\frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega_1 i_s + \mathrm{j}\omega_1 k_s i_r, \tag{8}$$

$$0 = \omega_1 s_k i_r + k_r\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}i_r}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}(\omega_1 - \omega)(k_r i_s + i_r). \tag{9}$$

Der Augenblickswert der einer Phase aufgedrückten Spannung ist

$$u_s = u_a = U_m \cos(\omega_1 t + \gamma_0). \tag{10}$$

In komplexer Form im synchronen Koordinatensystem wird dieser Spannung

$$\underline{u}_a = U \sqrt{2} e^{j\gamma_0}, \tag{11}$$

wo γ_0 die Anfangsphase und $\omega_1 = 2\pi f$ die Keisfrequenz des Netzes sind.

Es werden durch i_s und i_r die Ständer- und Läuferphasenströme bezeichnet und:

$$s_{ls} = \frac{R_s}{2\pi f L'_s}, \quad s_k = \frac{R_r}{X'_r}, \tag{12}$$

R_s und R_r seien die Phasenwirkwiderstände der Ständer- bzw. der zum Ständer raportierten Läuferwicklung:

$$\begin{cases} L'_s = L_a - \dfrac{L_m^2}{L_r} = L_{sl} + K_r L_{rl}, \; L'_r = L_r - \dfrac{L_m^2}{L_s} = L_{rl} + k_s L_{sl}, \\ k_s = \dfrac{L_m}{L_s}, \quad k_r = \dfrac{L_m}{L_r}, \\ \sigma = \sigma_s \sigma_r = 1 - \dfrac{L_m^2}{L_s L_r} = 1 - k = 1 - k_s k_r; \end{cases} \tag{13}$$

L_s, L_r sind die Hauptinduktivitäten der Ständer- und Läuferwicklungen, L_{sl}, L_{rl} dessen Streuinduktivitäten und L_m die Gegeninduktivität.

Es ist bekannt das bei den kleinen Motoren der Ständerwirkwiderstand nicht vernachlässigt werden darf.

Hier werden die Ausdrücke des Ständerstromes und des elektromagnetischen Drehmomentes des Asynchronmotors mit Hilfe der in [4] dargestellten Methode der doppelten komplexen Zahlen, erläutert.

Es wird wie gewöhnlich $j = \sqrt{-1}$ in den Spannungsgleichungen des Asynchronmotors bezeichnet und eine zweite komplexe Zahl $i = \sqrt{-1}$ eingeführt um die in der Zeit veränderliche Komponente der Winkelgeschwindigkeit (7) folgender Weise auszudrücken:

$$\Delta\omega = \frac{\nu\mu\omega_m}{2} e^{i2\omega_m t}. \tag{14}$$

Man bemerkt daß in der Literatur der komplete Ausdruck des aufgenommenen Stromes nicht dargestellt ist.

Im Fall der schwankenden Last werden der Ständerstrom und das Drehmoment als Summe der den konstanten Schlupf s_0 entsprechenden Ausdrücke i_{s0}, M_0 und der veränderlichen Winkelgeschwindigkeit (7) Δi_s und ΔM, geschrieben:

$$i_s = i_{s0} + \Delta i_s, \tag{15}$$

$$M = M_0 + \Delta M. \tag{16}$$

Für den Dauerzustand wird in den Spannungsgleichungen (8) und (9) d/dt durch $j\omega$ ersetzt.

4. Der Ausdruck des aufgenommenen Stromes

Aus den Gleichungen (8) und (9) wird der komplexe Ausdruck des Ständerstromes der dem konstanten Schlupf s_0 entspricht, im fixen Koordinatensystem geschrieben:

$$\underline{i}_{s0} = \frac{\underline{u}_a}{\underline{X}'_s} \cdot \frac{k s_k s_0 + s_{ks}(s_0^2 + \sigma^2 s_k^2) - \mathrm{j}(\sigma s_k + s_0)^2}{(s_k + s_0 s_{ks})^2 + (s_0 - \sigma s_{ks} s_k)^2} e^{\mathrm{j}(\omega_1 t + \gamma_0)}, \tag{17}$$

worin

$$\varphi_{is} = \operatorname{arc\,tg} \frac{(\sigma s_k + s_0)^2}{k s_k s_0 + s_{ks}(s_0^2 + \sigma^2 s_k^2)} \tag{18}$$

die Phasenverschiebung des Stromes im Vergleich zur Spannung U ist.

Die pulsierende Komponente des Stromes Δi_s wird von den Spannungsgleichungen durch Ersetzung von i_s aus (15) und $\Delta\omega$ aus (14) erhalten. Nach einer Reihe komplizierteren Rechnungen erziehlt man die folgende Gleichung:

$$\Delta \underline{i}_s = \frac{k\sigma s_k}{s_0^2 + \sigma^2 s_k^2} \cdot \frac{\nu \mu \omega_m}{4\omega_1} \cdot \frac{\underline{i}'_{s0}}{\underline{A}_1} \{\underline{A}_2 e^{\mathrm{j}[(\omega_1 + 2\omega_m)t - \gamma_0]} + \underline{A}_3 e^{\mathrm{j}[(\omega_1 - 2\omega_m)t - \gamma_0]}\}, \tag{19}$$

wo

$$\underline{i}_{s0} = \underline{I}_{s0} e^{-\mathrm{j}\omega_1 t} \tag{20}$$

der komplexe Andruck des Ständerstromes der dem konstanten Schlupf entspricht, und I_{s0} seine Amplitude sind,

$$\begin{cases}
\underline{A}_1 = k^2\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^4 + \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 (s_k^2 - \sigma^2 s_0^2 - k^2 + 2k s_k s_{ks}) + (s_k s_{ks} - \sigma s_0)^2 - (s_k + s_{ks} s_0)^2 + \\
\quad + \mathrm{j}2\left[\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 s_0 (k s_{ks} + \sigma s_k) + (s_k s_{ks} - \sigma s_0)(s_k + s_{ks} s_0)\right], \\
\underline{A}_2 = \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^3 k(\sigma s_k + \mathrm{j} s_0) + \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 [s_0 s_k (1 + \sigma^2) + \mathrm{j}\sigma(s_0^2 - s_k^2)] - \\
\quad - \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)[\sigma s_k k + s_0^2 s_{ks} + \mathrm{j} s_0 (k - \sigma s_k s_{ks})] + s_{ks}(2\sigma s_k^2 - s_0^2) - \\
\quad - s_0 s_k (1 + \sigma^2) - \mathrm{j}[\sigma(s_0^2 - s_k^2 - s_0 s_k s_{ks}) + 2 s_0 s_k s_{ks}], \\
\underline{A}_3 = -\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^3 k(\sigma s_k + \mathrm{j} s_0) + \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 [s_0 s_k (1 + \sigma^2) + \mathrm{j}\sigma(s_0^2 - s_k^2)] + \\
\quad + \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)[s_0^2 s_{ks} + k\sigma s_k + \mathrm{j} s_0 (k - \sigma s_k s_{ks})] - s_0 s_k (1 + \sigma^2) - \\
\quad - s_0^2 s_{ks} - \mathrm{j}\sigma(s_k^2 - s_0^2 + s_0 s_k s_{ks}).
\end{cases} \tag{21}$$

Also kann der von einer Ständerphase entnommene Strom in folgender Weise geschrieben werden:

$$\underline{i}_s = \underline{I}_{s0} e^{\mathrm{j}(\omega_1 + \varphi_{is} + \gamma_0)} + \Delta\underline{I}_{s1} e^{\mathrm{j}[(\omega_1 + 2\omega_m)t - \varphi_{s1} - \gamma_0]} + \Delta\underline{I}_{s2} e^{\mathrm{j}[(\omega_1 - 2\omega_m)t - \varphi_{s2} - \gamma_0]}, \tag{22}$$

wo $\underline{I}_{s0}$, $\underline{\Delta I}_{s1}$ und $\underline{\Delta I}_{s2}$ die Amplitudem der mit den vorliegenden Gleichungen berechneten Ströme und φ_{is}, φ_{s1} und φ_{s2} dessen Phasenverschiebungen im Vergleich zur Spannung $\underline{U}$, sind.

5. Die aufgenommenen Leistungen und der Leistungsfaktor

a) Die Wirkleistung

$$P_s = 3U_f\,(I_{s0}\cos\varphi_{is} + \Delta I_{s1}\cos\varphi_{s1} + \Delta I_{s2}\cos\varphi_{s2}) = 3U_f\,I_{sa}. \tag{23}$$

b) Die Blindleistung

$$Q_s = 3\,U_f\,(I_{s0}\sin\varphi_{is} + \Delta I_{s1}\sin\varphi_{s1} + \Delta I_{s2}\sin\varphi_{s2}). \tag{24}$$

c) Die Scheinleistung

$$S_s = 3U_f\,I_s, \tag{25}$$

wo U_f die Ständerphasenspannung,

$$I_s = \sqrt{I_{s0}^2 + \Delta I_{s1}^2 + \Delta I_{s2}^2} \tag{26}$$

der Effektivwert des aufgenommenen Stromes und I_{sa} dessen Wirkkomponente, sind.

d) Die laut C. B u d e a n u bestimmte deformierende Leistung ist:

$$D_s = \sqrt{S_s^2 - P_s^2 - Q_s^2}. \tag{27}$$

e) Der Leistungsfaktor:

$$\cos\varphi = \frac{I_{sa}}{I_s} \tag{28}$$

oder

$$\cos\varphi = \frac{P_s}{\sqrt{P_s^2 + Q_s^2 + D_s^2}}. \tag{29}$$

6. Der Ausdruck des elektromagnetischen Drehmomentes

Aus den geschriebenen Gleichungen kann das dem konstanten Schlupf entsprechende elektromagnetische Drehmoment:

$$M_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{k_s^2 U_s^2}{\Omega_1 X_r'}\cdot\frac{1}{\dfrac{s_k}{s_0} + \dfrac{s_0}{s_k} + 2s_{ks}(1-\sigma) + s_{ks}^2\left(\dfrac{s_0}{s_k} + \sigma^2\dfrac{s_k}{s_0}\right)} \tag{30}$$

und das zusätzliche dem mit der Zeit veränderlichen Drehzahl (4) entsprechende Drehmoment:

$$\Delta M = \frac{3}{2}\cdot\frac{k_r}{L_s'}\,\mathcal{R}e_j\,[\mathrm{j}\underline{\Delta\Psi}_r\cdot\underline{\Psi}_{s0}^* + \mathrm{j}\underline{\Delta\Psi}_s\cdot\underline{\Psi}_{r0}^*] \tag{31}$$

erläutert werden.

Die verketteten Flüße in Abhängigkeit von den Ständer- und Läuferströme sind folgender Weise ausgedrückt:

$$\Psi_s = L_s\,i_s + L_m\,i_r, \qquad \Psi_r = L_m\,i_s + L_r\,i_r. \tag{32}$$

Man erziehlt

$$(33)\quad \Delta M = s_0 M \frac{\nu\mu\omega_m}{2\omega_1} e^{i2\omega_m t} \frac{-B_1\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 + B_2 - i\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)\left[\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 s_k - B_3\right]}{\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^4 - \left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 B_4 + B_5 - i2\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)\left[\left(\frac{2\omega_m}{\omega_1}\right)^2 (s_{ks}+s_k) + B_6\right]}$$

wo

$$B_1 = s_k^2 + 2s_k s_{ks} + 2s_0 + 1, \quad B_2 = s_k^2 s_{ks}^2 \sigma + s_0 s_k s_{ks}(1+\sigma) - s_0^2(1+s_{ks}^2),$$
$$B_3 = s_k^2 s_{ks}(1+\sigma) + s_k s_{ks}^2 + 2s_0 s_{ks} + s_0^2 s_{ks}, \quad B_4 = s_k^2 + s_{ks}^2 + 2s_{ks}s_k(1+\sigma) + 1 + s_0^2,$$
$$B_5 = s_{ks}^2(s_0 + s_k^2\sigma) + s_0^2 + s_k^2 + 2s_k s_0 s_{ks}(1-\sigma), \quad B_6 = s_k s_{ks}\sigma(s_{ks}+s_k) + 1 + s_0^2 s_{ks}.$$

7. Die Analyse der erziehlten Ausdrücke

1. Die hier unter Berücksichtigung sämtlicher Parameter des Motors abgeleiteten Ausdrücke des aufgenommenen Stromes, der Leistungen und des Drehmomentes des asynchronen Antriebmotors sind besonders kompliziert, aber sie ermöglichen die Erziehlung einiger wichtigen Schlüße was die Arbeit und den Entwurf solcher Motoren anbetrifft. Es wird bemerkt das hier ein vereinfachter Ausdruck der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit der Motorwelle benützt wurde.

2. Weil die Webstühle von Motoren kleiner Leistung angetrieben sind darf der Ständerwirkwiderstand solcher Asynchronmotoren nicht vernachlässigt werden. Aus den hier erziehlten Ausdrücken ist, daß das Glied s_{ks}, welches diesen Widerstand R_s enthält (12), im Wert der Koeffizienten A und B in ungefähr selben Maß wie s_k wirkt, ersichtlich.

3. Die Vergrößerung der Wirkwiderstände der Wicklungen also von s_{ks} und s_k, beinflußt die Werte der zusätzlichen Ströme und Drehmomente, im Sinn der Verkleinerung deren Amplituden. Also bleibt die in [1] und [3] enthaltene Empfehlung zur Vergrößerung des Läuferwirkwiderstandes um die unerwünschten Wirkungen der schwankenden Last zu mildern, gültig. Aber das führt zur Steigerung des Schlupfes, also zu einer ungüstigen Auswirkung auf die Arbeitsleistung des Webstuhls. Dadurch finden wir für nötig hier die Vergrößerung nicht nur des Läuferwirkwiderstandes sondern auch diesem des Ständers zu empfehlen. So wird eine entsprechende Milderung der Schwingungen, ohne einer zu großen Steigerung des Schlupfes, erziehlt.

4. Der Ausdruck des Stromes (22) enthält drei Glieder, also ist er das Resultat der Summe von drei Ströme mit den Kreisfrequenzen ω_1, $\omega_1 - 2\omega_m$, $\omega_1 + 2\omega_m$. Es kann also gedacht werden das über den Strom mit der Kreisfrequenz des Netzes sich zwei Ströme verschiedener Frequenz überlagern welche sich natürlich ungünstig auf diesen auswirken. Diese Ströme haben komplexe Amplituden, also verschiedene Phasenverschiebungen im Vergleich zur Netzspannung. Es besteht also die Möglichkeit das die zusätzlichen Ströme in gewissen Augenblicken eine Entgegenwirkung zum Hauptstrom, oder einen negativen Phasenwinkel, also „kapazitive Wirkung", vorweisen.

Diese Tatsachen führen zur Verminderung des Leistungsfaktors (28) oder (29) und zur Vergrößerung des aufgenommenen Stromes. So wird auch die Verminderung der Blindleistung (24) und das Anwachsen der deformierenden Leistung (27), erklärt.

5. Laut [4] kann der Ausdruck des zusätzlichen elektromagnetischen Drehmomentes in folgender Weise geschrieben werden :

$$M = -M_D \Delta\omega - M_s \Delta\alpha, \tag{35}$$

wo $\Delta\omega$ durch die Gleichung (14) bestimmt ist und :

$$\Delta\alpha = -\frac{i\Delta\omega}{2\omega_m}; \tag{36}$$

M_D und M_s sind die Dämpfungs- bzw. Synchronisierungsdrehmomente welche in diesen Arbeitsregime des Asynchronmotors erscheinen und dessen Stabilität bestimmen.

Bei großen Durchschnittwerte der Winkelgeschwindigkeit der Hauptwelle des Webstuhls ω_m kann das zusätzliche Drehmoment ΔM dieses den Schlupf s_0 entsprechende M_0 überschreiten, also in gewissen Augenblicken kann das elektromagnetische Drehmoment der Asynchronmaschine generatorisch wirken. Diese Tatsache wurde auch erfahrungsmässig bemerkt, aber dessen theoretischer Beweis kann nur durch Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes erfolgen.

6. Aus (33) folgt das Verhältnis zwischen der Amplitude der Drehmomentschwingungen und der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit. Die zeitliche Phasenverschiebung zwischen die Schwingungen des Drehmomentes und der Winkelgeschwindigkeit wird durch das Argument der komplexen Amplitude, bestimmt.

Falls das Dämpfungsdrehmoment M_D negativ wird und die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der angetriebenen Maschine und der rotierenden Massen gewisse Bedingungen erfüllen, können selbsterregte Schwingungen die sich fällig ungünstig auf den Betrieb des Webstuhls ausarten, erscheinen.

7. Man kann eine Verminderung der Amplituden der zusätzlichen Ströme ΔI_{s1}, ΔI_{s2} und des Drehmomentes ΔM hauptsächtlich durch Verkleinerung des Übersetzungsverhältnisses ν zwischen die Wellen des Stuhls und des Motors, erziehlen. Diese Tatsache erscheint auch in [1].

8. Wie bekannt, ist der Ungleichmässigkeitsgrad μ von technologischen Bedingungen und natürlich von Trägheitsmoment abhängig. Seine Wirkung wurde in [1] und [2] erläutert.

8. Rechenbeispiel

Es wird ein Asynchronmotor mit Kurzschlußläufer mit: 0,8 KW ; 380/220 V, 2,1/3,68 A ; 948 U/Min ; $\cos\varphi = 0{,}77$, $\eta = 0{,}74$, $R_s = 7{,}42\ \Omega$, $R_r = 5{,}8\ \Omega$, $X_s = 9\ \Omega$, $X_r = 8{,}5\ \Omega$, der einen Webstuhl antreibt, betrachtet.

Sein Streuflußkoeffizient sei $\sigma = 0{,}15$; der Durchschnittwert der Drehzahl der Webstuhlhauptwelle sei $n_m = 200$ U/Min, $\nu = 4{,}9$, $\mu = 0{,}15$.

Der aufgenommene Strom wurde zu :

$$I_s = 1{,}71\ e^{j(\omega_1 t + 56^0)} + 0{,}85\ e^{j[(\omega_1 - 2\omega_m)t + 57^0]} - 0{,}7\ e^{j[(\omega_1 + 2\omega_m)t - 68^0]},$$

mit den Effektivwert $I_s = 2{,}03$ A berechnet.

Auch ergeben sich die Wirkleistung $P_s = 714$ W, die Blindleistung $Q_s = 871$ VAR, die deformierende Leistung $D_s = 768$ VAD, die Scheinleistung $S_s = 1\,335$ VA und der Leistungsfaktor $\cos\varphi = 0{,}535$.

Die Ausdrücke der Dämpfungs- und Synchronisierungsdrehmomente M_0 und M_s erscheinen als Verhältniße von Polynome höheren Grades was ein Studium der Stabilität dieses Motors sehr kompliziert.

Die Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes und der Glieder höheren Grades im Fall der Schwingungen mit kleiner Amplitude führt zu vereinfachten in [3] und [4] für den allgemeinen Fall der periodischen Last gegebenen Ausdrücke von ΔM, M_D und M_s.

9. Schlußfolgerungen

1. Aus den in dieser Arbeit abgeleiteten Ausdrücke ist der Einfluß des Ständerwirkwiderstandes auf der Arbeit des einen Webstuhl antreibenden Asynchronmotors, ersichtlich.

2. Es werden die Gründe die zur Verminderung des Leistungsfaktors führen und die Bedingungen der stabilen Arbeit, erforscht.

3. Theoretisch wird die Möglichkeit daß in gewissen Augenblicken des Zyklus die antreibende Maschine generatorisch wirkt, bewiesen.

4. Auch können selbsterregte Schwingungen in gewissen Bedingungen erscheinen.

5. Für die genaue Analyse der hier bestimmten Gleichungen ist die Wendung zur modernen Rechentechnik, erforderlich. Daraus würde man optimale Entwurfbedingungen für den einen Webstuhl antreibenden Asynchronmotor, erziehlen.

Eingegangen am 8. März 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für elektrische Maschinen
und allgemeine Elektrotechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bergman I., *Cu privire la cauzele funcţionării cu factor de putere scăzut a motoarelor asincrone de acţionare a războaielor de ţesut.* Electrotehnica, **20**, *4*, 134–138 (1972).
2. Reicher F., Bergman I., Teodoru E., *Experimentelle Untersuchungen über des Leistungsfaktors des Antriebsmotors der Webmaschine.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *1–4*, s. VII, 21–26 (1971).
3. Артемюк Б. Т., *Асинхронные двигатели при периодической нагрузке.* Изд. „Техника", Киев, 1972.
4. Kovacs K. P., Racz I., *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen.* Verlag der Ungarischen Akad. der Wiss., Budapest, 1959.
5. Braşovan M., Seracin E., *Metode noi de proiectare a acţionărilor electrice.* Ed. Acad. R. S. R., Buc, 1968.
6. Irimiciuc N., Reicher F., *Untersuchung der Bewegung des Schützens durch das Fach des Webstuhls.* Bul. Inst. polit. Iaşi, V (IX), *3–4*, 383–390 (1959).

UNELE CONSIDERAŢII PRIVIND ACŢIONAREA RĂZBOAIELOR DE ŢESUT CU MOTOARE ASINCRONE

(Rezumat)

Se deduc expresiile curentului din stator, puterilor absorbite şi cuplului electromagnetic al motorului asincron trifazat de acţionare a războaielor de ţesut, cu considerarea rezistenţei înfăşurării statorului, folosind o expresie simplificată a vitezei instantanee a arborelui principal.

Rezultă condiţiile de stabilitate şi cauzele care conduc la înrăutăţirea factorului de putere precum şi remediile corespunzătoare.

Aceste consideraţii vor servi la stabilirea unei metode de proiectare a motoarelor de acţionare a războaielor de ţesut.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

D. K. 621.313.325

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER MIT SINUSSTROM GESPEISTEN EINPHASEN-RELUKTANZMASCHINE MIT GETEILTER WICKLUNG UND GLEICHRICHTER IN DER ZUSATZWICKLUNG*)

VON

AL. SIMION

1. Vorwort

Das Funktionieren einer mit Sinusstrom gespeisten Einphasen-Reluktanzmaschine (das Auftreten des elektromagnetischen Drehmoments) stützt sich auf die Schwankung der eigenen Induktivität der Ständerwicklung, wenn der Läufer ohne Wicklung seine Stellung zum Ständer verändert, wobei die Schwankung dank der Ungleichmäßigkeit des Luftspaltes Ständer — Läufer stattfindet.

In der Annahme, daß der Ständerstrom sinusförmig ist, mit der Pulsation ω, entwickelt die Reluktanzmaschine das Drehmoment nur bei einer bestimmten Pulsation der Induktivitätsschwankung Ω, dargestellt durch die Beziehung $\Omega = 2\omega$, wobei die Rotationsgeschwindigkeit der Maschine in diesem Falle Synchrongeschwindigkeit genannt wird.

Eine Variante der synchronen Reluktanzkleinmaschine ist diejenige, die ausgeprägte Pole beim Ständer und beim Läufer aufweist. Sie wird in Abb. 1 dargestellt [1], [2], worin *1* — Läufer und *2* — Ständer.

Auf dem Ständer befinden sich zwei Wicklungen : eine von der Quelle gespeiste Hauptwicklung (*P*) und eine an eine Diode *D* und an einen Widerstand *R* angeschlossene Zusatzwicklung (*S*).

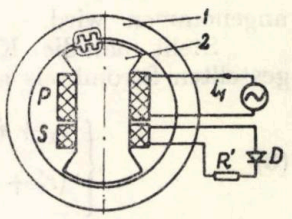


Abb. 1

In der Folge wird bewiesen, daß die Maschine auch bei einer Geschwindigkeit, die nur die Hälfte der Synchrongeschwindigkeit beträgt (Halbsynchronismus) funktionieren kann.

2 Die Ersatzschaltung und die Gleichungen der Maschine

Nehmen wir das Schwankungsgesetz der Maschineninduktivität von folgender Form an :

$$L_m = L_0' (1 + m' \cos \Omega t), \tag{1}$$

wo L_0' der Mittelwert ist, während m' den Modulationsgrad der Induktivität darstellt ($m' < 0{,}25$).

*) Mitgeteilt an der XIII. wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule Cluj-Napoca, den 21.—23. Februar 1974.

Die Maschine funktioniert wie ein Transformator mit veränderlicher Induktivität; die Ersatzschaltung sieht wie in Abb. 2 aus, wo: r_1, r'_2, r_m die entsprechenden Widerstände der Primär- und der Sekundärwicklung sind, sowie auch der den Eisenverlusten entsprechende Widerstand; L_{s1}, L'_{s2} sind die den Streuflüssen der Primär- und der Sekundärwicklung entsprechenden Induktivitäten, sowie auch die Induktivität, die dem wirksamen Fluß, der beide Wicklungen der Maschine durchfließt, entspricht; R' ist der äußere, sich in Reihenschaltung mit der Sekundärwicklung befindende Widerstand.

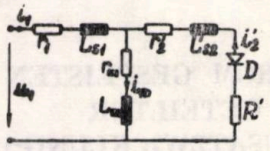


Abb. 2

Es wird angenommen, daß D eine ideale Diode darstellt, so daß der Widerstand R' für eine Halbperiode des Stromes unendlich ist.

Zwei ideale Grenzfälle können in Betracht gezogen werden: a) wenn der Strom i_1 als konstant betrachtet wird (Sinusstrom), ein Fall, der den Maschinen mit geringer Leistung, mit großem Widerstand r_1 und mit großer Induktivität L_{s1} entspricht, wo man eine sehr geringe Schwankung des Stromes i_1 gegenüber der Belastung beobachtet und b) wenn die angewandte Spannung als sinusförmig betrachtet wird, wobei die Widerstände r_1, r_m, r'_2 vernachlässigbar sind.

Die reellen Fälle werden von diesen Grenzfällen umschlossen, was zur Nützlichkeit dieses Studiums beiträgt.

In folgendem wird der erste Fall untersucht, nämlich wenn der Strom i_1 von der Form:

$$i_1 = I_{1m} \cos(\omega t - \alpha_1) \tag{2}$$

angenommen wird.

Stellt man die Kirchhoffschen Lehrsätze für den in Abb. 2 dargestellten Stromkreis auf, erhält man:

$$\begin{cases} i_1 + i'_2 = i_m, \\ (r'_2 + R')i'_2 + L'_{s2}\dfrac{di'_2}{dt} + r_m i_m + \dfrac{d(L_m i_m)}{dt} = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Die betonten Größen der obigen Ausdrücke werden aus den wirklichen mittels Beziehung zur Primärwicklung erzielt, wobei der Beziehungsfaktor $k = N_1/N_2$ ist, wo N_1, N_2 — die Windungszahlen der beiden Wicklungen P und S sind.

Es wird ebenfalls angenommen, daß die Streuinduktivitäten nicht von der Läuferstellung abhängen, also von der Zeit, was in der Praxis häufig vorkommt [2].

Wird i'_2 aus den beiden Beziehungen (3) ausgeschlossen und verwendet man (2), erhält man die Gleichung:

$$L_0(1 + m\cos\Omega t)\frac{di_m}{dt} + R''i_m = E_{2m}\cos(\omega t - \alpha), \tag{4}$$

wo:

$$(5)\qquad \begin{cases} \alpha = \alpha_1 - \alpha_2, \quad \alpha_2 = \operatorname{arctg}\dfrac{\omega L'_{s2}}{r'_2 + R'}, \\ R'' = r'_2 + R' + r_m + \dfrac{dL_m}{dt}, \quad L_0 = L'_0 + L'_{s2}, \quad m = \dfrac{m'L'_0}{L_0}, \\ E_{2m} = I_{1m}\sqrt{(r'_2 + R')^2 + (\omega L'_{s2})^2}. \end{cases}$$

Werden die Widerstände r'_2, R', r_m und $dL_m/dt = -mL_0\Omega \sin \Omega t$ als vernachlässigbar angesehen [3], erreicht man den Ausdruck des Stromes:

$$(6)\qquad i_m = \int \frac{E_{2m}\cos(\omega t - \alpha)}{L_0(1 + m\cos \Omega t)}\, dt.$$

Dieser Ausdruck des Stromes ist nur für eine Halbperiode des Stromes i_1 gültig, nämlich für welche der Diodenwiderstand Null ist. Für die andere Halbperiode wird $i_m = i_1$ angenommen, wie aus Abb. 2 ersichtlich ist (der Widerstand der Sekundärwicklung ist unendlich, während $i''_2 = 0$).

3. Der Lauf der Maschine bei Halbsynchrongeschwindigkeit

In diesem Falle ist die Beziehung zwischen der Wechselpulsation der Induktivität und dem Strom:

$$(7)\qquad \Omega = \omega, \text{ also } L = L_0(1 + m\cos \omega t).$$

Wird diese Beziehung in (6) eingeführt, so erhält man durch eine passende Gruppierung der Glieder und mit Hilfe der Reihenentwicklung:

$$(8)\qquad (1 + m\cos \omega t)^{-1} = 1 - m\cos \omega t + m^2 \cos^2 \omega t + \ldots,$$

woraus nur die zwei ersten Glieder behalten werden, (m — klein):

$$(9)\qquad i_m = \frac{E_{2m}}{\omega L_0}\sin(\omega t - \alpha) + \frac{E_{2m}}{\omega L_0}\cdot\frac{m\sin\alpha}{4}\cos 2\omega t.$$

Demnach wird der Strom i_m für eine Halbperiode von dem Ausdruck (9) bestimmt, während er für die andere Halbperiode von der Beziehung (2) gekennzeichnet ist.

Dieser Strom wird als periodisch angesehen, mit der Periode $T = 2\pi/\omega$, so daß er in eine Fourier sche Reihe entwickelt werden kann. Der Ausdruck des Stromes ist:

$$(10)\qquad i_m = \begin{cases} \dfrac{E_{2m}}{\omega L_0}\sin(\omega t - \alpha) + \dfrac{m\sin\alpha}{4}\cdot\dfrac{E_{2m}}{\omega L_0}\cos 2\omega t, & 0 < \omega t - \alpha < \pi; \\ I_{1m}\cos(\omega t - \alpha_1), & \pi < \omega t - \alpha < 2\pi \end{cases}$$

und die entsprechende Fourier sche Reihe, nur auf die erste Harmonische begrenzt:

$$i_m = I_0 + I_{am}\cos(\omega t - \gamma), \tag{11}$$

wo :

$$\begin{cases} I_0 = \dfrac{1}{\pi}\left[\dfrac{E_{2m}}{\omega L_0} - I_{1m}\sin(\alpha_1-\alpha)\right], \quad I_{am} = \sqrt{I_s^2 + I_c^2}, \quad \gamma = \operatorname{arctg}\dfrac{I_s}{I_c}, \\ I_c = \dfrac{I_{1m}}{2}\cos\alpha_1 - \dfrac{E_{2m}}{2\omega L_0}\left[\sin\alpha + \dfrac{m\sin\alpha}{2\pi}\left(\dfrac{\sin 3\alpha}{3} + \sin\alpha\right)\right], \\ I_s = \dfrac{I_{1m}}{2}\sin\alpha_1 + \dfrac{E_{2m}}{2\omega L_0}\left[\cos\alpha + \dfrac{m\sin\alpha}{2\pi}\left(\dfrac{\cos 3\alpha}{3} - \cos\alpha\right)\right]. \end{cases} \tag{12}$$

In der Bestimmung des elektromagnetischen Drehmoments geht man von seinem allgemeinen Ausdruck [2] aus, und zwar :

$$\mathcal{M} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial \alpha}\right)_{i=\text{konst.}}, \tag{13}$$

wo W_m die von der Maschine aufgespeicherte magnetische Energie ist und α der Rotationswinkel des Läufers. Da die Schwankungsperiode der Induktivität L gerade die Zeit darstellt, die der Läufer braucht, um sich um einen eingeprägten Pol weiterzubewegen, wobei die Gesamtzahl der eingeprägten Pole des Läufers p beträgt, ist die Winkelgeschwindigkeit des Läufers in geometrischen Graden $\Omega = \omega/p$, demnach $\alpha = \omega t/p$, also :

$$\mathrm{d}\alpha = \frac{\omega}{p}\mathrm{d}t. \tag{14}$$

Die in den Kreisen der Maschine gespeicherte magnetische Energie ist :

$$W_m = \frac{1}{2}(L_{s1}\, i_1^2 + L_{s2}\, i_2^2 + L_m\, i_m^2). \tag{15}$$

Nimmt man L_{s1}, L_{s2} als konstant an, folgert man, daß nur das letzte Glied des Ausdrucks (15) eine mechanische Arbeit leisten kann. Also :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = \frac{p}{2\omega} i_m^2 \frac{\mathrm{d}L_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{pmL_0}{2}[I_0\, I_{am}\sin\gamma + I_{a1}^2\sin(\omega t+\gamma_1) + \\ + I_0\, I_{am}\sin(2\omega t - \gamma)], \end{aligned} \tag{16}$$

wo :

$$I_{a1}^2 = \sqrt{I_0^4 + I_{am}^2(2I_0^2 + I_{am}^2)\sin^2\gamma}, \quad \gamma_1 = \operatorname{arctg}\frac{I_{am}^2\sin\gamma\cos\gamma}{I_0^2 + I_{am}^2\sin^2\gamma}. \tag{17}$$

Aus dem Ausdruck (16) gehen einige interessante Feststellungen hervor und zwar, bei Halbsynchrongeschwindigkeit hat die Maschine in jedem Augenblick ein Drehmoment, dessen Wert von den Parametern der Maschine und vom Winkel γ, den wir *Lastwinkel* bezeichnen werden, abhängt ; das

Maschinendrehmoment ist wellig, wobei es eine konstante Komponente und die Pulsationskomponenten ω, 2ω, 3ω hat.

Das Mitteldrehmoment wird folgendermaßen erzielt:

$$M_{\text{med.ss.}} = \frac{1}{T}\int_0^T \mathcal{M}\, dt = -\frac{pmL_0}{2} I_0 I_{am} \sin\gamma. \tag{18}$$

Dieses Moment kann positiv oder negativ sein, je nachdem $-\pi/2 < \gamma < 0$ oder $\pi/2 > \gamma > 0$. Demnach bestimmt der Winkel die Betriebsweise der Maschine als Generator oder Motor oder, besser gesagt, dieser Winkel wird von der Betriebsweise bestimmt.

Der Ausdruck des Winkels γ im Falle $m \ll 1$ kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\omega L_0 I_{1m} \sin\alpha_1 + E_{2m}\cos\alpha}{\omega L_0 I_{1m}\cos\alpha_1 - E_{2m}\sin\alpha}. \tag{19}$$

Für kleine Werte von R' folgert man:

$$\gamma = \alpha_1. \tag{20}$$

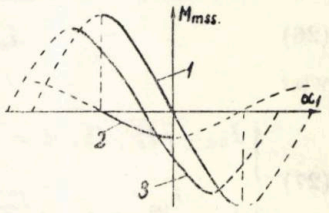


Abb. 3

Der Lastwinkel der Maschine ist also gleich dem elektrischen Winkel zwischen der Induktivitätsschwankung und dem Strom, wobei die Maschine eine Winkelcharakteristik des Drehmoments aufweist, $M = f(\alpha_1)$, wie die Kurve *1* aus Abb. 3, der mit dicker Linie gezogene Teil ist stabil.

Sind die Werte von R' groß:

$$\gamma \approx \frac{\pi}{2} + \alpha_1, \tag{21}$$

wird die Kennlinie des Winkels von der Kurve *2* dargestellt, wobei das Höchstmoment wesentlich herabsinkt. Im Grenzfalle $R' \to \infty$ wird das Höchstmoment Null.

Für relle Fälle wird die Drehmomentkennlinie von der Kurve *3* dargestellt.

Wir bezeichnen den Winkel α_1 als inneren Winkel der Maschine, γ als Lastwinkel, um die beiden durch die Beziehung (19) verbundenen Winkel voneinander zu unterscheiden.

Führt man in den Ausdruck (18) des Mitteldrehmoments den Effektivwert des Stromes $I_{am} = \sqrt{2}\, I_a$ ein, so kann der höchste Ausdruck des von der Maschine entwickelten Drehmoments erzielt werden:

$$M_{m.ss.\max} = \frac{pmL_0}{\sqrt{2}} I_0 I_a. \tag{22}$$

4. Der Lauf der Maschine bei Synchrongeschwindigkeit

Die Beziehung zwischen den Pulsationen ist in diesem Falle:

$$\Omega = 2\omega. \tag{23}$$

Der Ausdruck (6) des Stromes wird folgendermaßen geschrieben :

$$i_m = \frac{E_{2m}}{\omega L_0} C_1 \sin(\omega t - \beta) - \frac{mE_{2m}}{6\omega L_0} \sin(3\omega t - \alpha), \tag{24}$$

wo :

$$C_1 = \sqrt{1 - m\cos 2\alpha + m^2/4}\ ,\quad \beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{2+m}{2-m}\operatorname{tg}\alpha\right). \tag{25}$$

Die Fourier sche Reihe, die dem Strom i_m entspricht, dessen eine Halbperiode von der Beziehung (24) und die andere von der Beziehung (2) bestimmt wird, ist folgende :

$$i_m = I_0 + I_{am}\cos(\omega t - \delta), \tag{26}$$

wo :

$$\begin{cases} I_{am} = \sqrt{I_s^2 + I_c^2}\ ,\ \delta = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{I_s}{I_c}\right),\ I_0 = \dfrac{1}{\pi}\left[\dfrac{E_{2m}}{\omega L_0} - I_{1m}\sin(\alpha_1 - \alpha)\right], \\ I_s = \dfrac{I_{1m}}{2}\sin\alpha_1 + \dfrac{E_{2m}}{2\omega L_0}\left(1 - \dfrac{m}{2}\right)\cos\alpha,\ I_c = \dfrac{I_{1m}}{2}\cos\alpha_1 - \dfrac{E_{2m}}{2\omega L_0}\left(1 + \dfrac{m}{2}\right)\sin\alpha. \end{cases} \tag{27}$$

Für $m \ll 1$ erhalten wir

$$I_s = \frac{I_{1m}}{2}\sin\alpha_1 + \frac{E_{2m}}{2\omega L_0}\cos\alpha,\ I_c = \frac{I_{1m}}{2}\cos\alpha_1 - \frac{E_{2m}}{2\omega L_0}\sin\alpha. \tag{28}$$

Der Strom i_m hat also einen Ausdruck, der identisch ist mit dem Ausdruck im Falle des Halbsynchrongangs (11), wo $\gamma = \delta$.

Um das Elektromagnetmoment zu bestimmen, gehen wir von der Beziehung (13) aus, wo $\alpha = 2\omega t/p$, und erhalten :

$$\mathcal{M} = \frac{p}{4\omega} i_m^2 \frac{dL_m}{dt}. \tag{29}$$

Nachdem wir (11) und (23) einführen, wird diese Beziehung :

$$\mathcal{M} = -\frac{pmL_0}{2}\left[\frac{I_{am}^2}{2}\sin 2\gamma + I_0 I_{am}\sin(\omega t + \gamma) + \left(I_0^2 + \frac{I_{am}^2}{2}\right)\sin\omega t + I_0 I_{am}\sin(3\omega t - \gamma) + \frac{I_{am}^2}{2}\sin(4\omega t - 2\gamma)\right]. \tag{30}$$

Das Mitteldrehmoment wird von der Beziehung :

$$M_{\text{med.s.}} = -\frac{pmL_0}{2}\cdot\frac{I_{am}^2}{2}\sin 2\gamma \tag{31}$$

bestimmt. Es werden nun die Beziehungen der von der Maschine in den beiden Betriebsweisen erzeugten Drehmomente, also (18) und (31), verglichen.

Man beobachtet, daß im Synchrongang das Mitteldrehmoment sinusförmig schwankt gegenüber dem Winkel 2γ, und im Halbsynchrongang gegenüber dem Winkel γ. Das Verhältnis zwischen den Höchstmomenten bei den zwei Geschwindigkeiten, für $m \ll 1$, ist folgendes:

$$(32)\qquad \frac{M_{\max.ss.}}{M_{\max.s.}} = \frac{2I_0}{I_{am}} = \frac{\frac{2}{\pi}\left[\frac{E_{2m}}{\omega L_0} - I_{1m}\sin(\alpha_1-\alpha)\right]}{\sqrt{\left(\frac{I_{1m}}{2}\right)^2 + \left(\frac{E_{2m}}{2\omega L_0}\right)^2 - \frac{I_{1m}E_{2m}}{2\omega L_0}\sin(\alpha_1-\alpha)}}.$$

Wenn die Widerstände R' klein sind, folgern wir aus (5) $\alpha_2 \approx \pi/2$, also $\alpha_1 - \alpha = \pi/2$, so daß (32) folgende Form annimmt:

$$(33)\qquad \frac{M_{\max.ss.}}{M_{\max.s.}} = \frac{4}{\pi}.$$

Um die statische Stabilität der Maschine bei den zwei Geschwindigkeiten zu analysieren, wird man das auf Gleichlauf bringende Drehmoment berechnen (die Ableitung des Drehmoments im Verhältnis zum Lastwinkel, $M' = \partial M_{\text{med}}/\partial\gamma$). Man erhält:

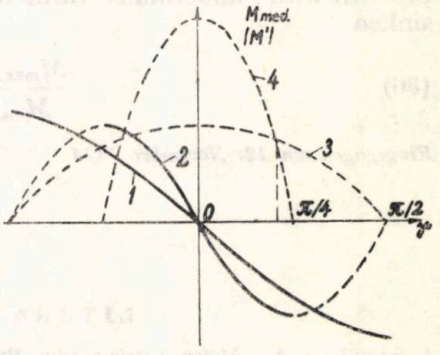


Abb. 4

$$(34)\qquad M'_{ss} = -\frac{pmL_0}{2} I_0 I_{am}\cos\gamma,\quad M'_s = -\frac{pmL_0}{2} I_{am}^2\cos 2\gamma.$$

Abb. 4 zeigt die Schwankungen: $M_{\text{med.ss.}}$, $M_{\text{med.s.}}$, $|M'_{ss}|$, und $|M'_s|$, in Abhängigkeit vom Lastwinkel γ, mittels der Kurven *1*, *2*, *3* und *4*, für den Fall $R' \approx 0$.

5. Schlußfolgerungen

Aus dem oben Dargestellten geht folgendes hervor:

1° Wird angenommen, daß die Maschine mit Sinusstrom gespeist wird, erfüllt sie die Bedingungen eines elektromechanischen Konverters sowohl bei Synchrongeschwindigkeit, als auch bei Halbsynchrongeschwindigkeit.

2° Die Maschine funktioniert stabil bei den Lastwinkeln $0 < \gamma < \pi/4$ im Falle der Synchrongeschwindigkeit und bei den Winkeln $0 < \gamma < \pi/2$ im Falle der Halbsynchrongeschwindigkeit.

3° Das auf Gleichlauf bringende Drehmoment ist größer in dem Bereich $0 < \gamma < \text{arc cos } 0{,}69$ bei Synchrongeschwindigkeit als bei Halbsynchrongeschwindigkeit; für die Winkel $\gamma > \text{arc cos } 0{,}69$ wird die Situation umgekehrt, wobei die Maschine stabiler bei Halbsynchrongeschwindigkeit läuft (Abb. 4).

4° Für kleine Widerstände, R', kann das von der Maschine bei Halbsynchrongeschwindigkeit entwickelte Höchstmoment $4/\pi$ mal größer werden als das bei Synchrongeschwindigkeit entwickelte Höchstmoment.

5° Da die Maschine ein Höchstmoment bei Synchrongeschwindigkeit aufweist, wenn der Gleichrichter D in der Sekundärwicklung fehlt, (R' unendlich). Höchstmoment, das gleich ist mit :

$$M_{max} = -\frac{pmL_0}{2} \cdot \frac{I_{1m}^2}{2}, \tag{35}$$

ist es angebracht, daß bei dieser Geschwindigkeit der Sekundärkreis unterbrochen wird ; andernfalls würde das Höchstmoment in folgendem Verhältnis sinken :

$$\frac{M_{max.s.}}{M_{max}} = \frac{I_{am}^2}{I_{1m}^2} < 1. \tag{36}$$

Eingegagen am 12. November 1974

Technische Hochschule, Jassy, Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Allgemeine Elektrotechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Simion A., *Motor electric reactiv.* Brevet de invenţie, Dosar OSIM nr. 73 302/25.12.72.
2. Moraru A., *Contributions à la théorie du micromoteur synchrone ayant des pôles saillants sur le stator et sur le rotor.* Rev. roum. des sci. techn., serie Électrot. et Énerg., **11**, *1*, 43—57 (1966).
3. Marinescu M., Postelnicu P., *Despre diferite regimuri sincrone la motoare electrice monocircuite.* Bul. şt. al Acad. R.P.R., s. Biol. şt. tehn. şi agr., *4*, 217—230 (1950).
4. Marinescu M., *Efecte capacitive în circuite cu inductanţă periodic variabilă alimentate de forţe electromotoare periodice, cuprinzînd componente de pulsaţie nulă.* Com. Acad. R.P.R., X, *7*, 565—572 (1960).
5. Mohanty K. A., Khanjo K. M., *Circuit Theory of Reluctance Machines*, (I and II). IEEE Trans. on PAS, 88, *6*, 937—954 (1969).
6. Коник Е. Б., Синдаловский Е. Б., *Исследование однофазного реактивного электродвигателя.* В. сб. *Бесконтактные электрические машины*, *11*, Изд. „Зинатхе", Рига, 1972.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MAŞINII REACTIVE MONOFAZATE CU ÎNFĂŞURARE DIVIZATĂ ŞI REDRESOR ÎN ÎNFĂŞURAREA SUPLIMENTARĂ, FUNCŢIONÎND LA CURENT SINUSOIDAL

(Rezumat)

Se studiază comportarea unei micromaşini reactive monofazate cu două înfăşurări pe stator : una prinicpală, parcursă de curent sinusoidal şi alta suplimentară, conectată pe un redresor.

Se arată că acest tip de maşină îndeplineşte condiţiile de conversiune electromecanică atît la viteza sincronă cît şi la cea semisincronă.

Se deduce expresia cuplului electromagnetic în cele două cazuri, făcîndu-se referiri asupra caracteristicilor unghiulare precum şi a stabilităţii în funcţionare a maşinii la cele două viteze.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1–2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 52 – 501.14

TRANSFER FUNCTIONS ATTACHED TO LINEAR AUTOMATIC SYSTEMS WITH TIME-VARYING PARAMETERS (II)

BY

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU

1. Introduction

In the first part of this work [10], the poles and residia of a linear automatic system with time varying parameters, described by the eq.

$$\sum_{j=0}^{n} a_j(t) \frac{\mathrm{d}^j x_e}{\mathrm{d}t^j} = x_i(t), \quad a_n(t) = 1, \tag{1}$$

were derived and a transfer function

$$G(s, t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k(t)}{s - \lambda_k(t)} \tag{2}$$

was also attached to the system. $A_k(t)$ and $\lambda_k(t)$ are derived from the system of eqs.:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} a_i(t)\,[p + \lambda_k(t)]^i \cdot 1 = 0, \quad (k = 1, 2, \ldots, n;\ a_n(t) = 1), \\ \sum_{k=1}^{n} A_k(t)\,[p + \lambda_k(t)]^i \cdot 1 = \delta_{i,n-1}, \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1), \end{cases} \tag{3}$$

where $p = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$ and s is the derivation operator introduced by Mikusinski [9].

In the second part, the poles and residia of a linear automatic system with time-varying parameters, described by the eq.

$$\sum_{j=0}^{n} a_j(t) \frac{\mathrm{d}^j x_e}{\mathrm{d}t^j} = \sum_{k=0}^{m} b_k(t) \frac{\mathrm{d}^k x_i}{\mathrm{d}t^k}, \quad (n > m), \tag{4}$$

are derived and a transfer function $H(s, t)$ is attached to the system, in order to have

$$x_e(t) = H(s, t) x_i(t). \tag{5}$$

2. Calculus of the Poles and Residia of a Linear Automatic System with Constant Parameters

Considering a linear automatic system with constant parameters described by the eq.

$$\sum_{j=0}^{n} a_j \frac{\mathrm{d}^j x_e}{\mathrm{d}t^j} = \sum_{k=0}^{m} b_k \frac{\mathrm{d}^k x_i}{\mathrm{d}t^k}, \quad (n > m), \tag{6}$$

where: x_e — the output and x_i — the input quantity, a_j, b_k $(j = 0, 1, ..., n;\ k = 0, 1, ..., m)$ — constants, for the initial conditions

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\mathrm{d}^\nu x_e(t)}{\mathrm{d}t^\nu}\right|_{t=0} = 0, \quad (\nu = 0, 1, ..., n-1), \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}^\mu x_i(t)}{\mathrm{d}t^\mu}\right|_{t=0} = 0, \quad (\mu = 0, 1, ..., m-1), \end{cases} \tag{7}$$

the output quantity has then the expression

$$x_e(t) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k s^k}{\sum_{j=0}^{n} a_k s^k} x_i(t) \tag{8}$$

or

$$x_e(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{A_k}{s - \lambda_k} x_i(t) \tag{9}$$

i. e.

$$x_e(t) = \sum_{k=0}^{n} \int_0^t A_k x_i(\tau)\, \mathrm{e}^{\int_\tau^t \lambda_k \mathrm{d}\theta}\, \mathrm{d}\tau. \tag{10}$$

Substituting (10) into (6) the identity

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n} \int_0^t A_k x_i(\tau)\, \mathrm{e}^{\int_\tau^t \lambda_k \mathrm{d}\theta}\, \mathrm{d}\tau (a_n \lambda_k^n + a_{n-1}\lambda_k^{n-1} + ... + a_1 \lambda_k + a_0) + \\ &+ x_i(t) \sum_{k=1}^{n} (a_n A_k \lambda_k^{n-1} + a_{n-1} A_k \lambda_k^{n-2} + ... + a_1 A_k) + x_i(t) \sum_{k=1}^{n} (a_n A_k \lambda_k^{n-2} + \\ &+ a_{n-1} A_k \lambda_k^{n-3} + ... + a_2 A_k) + ... + x_i^{(m)}(t) \sum_{k=1}^{n} (a_n A_k \lambda_k^{n-m-1} + \\ &+ a_{n-1} A_k \lambda_k^{n-m-2} + ... + a_{n-m-1} A_k) + ... + x_i^{(n-2)}(t) \sum_{k=1}^{n} (a_n A_k \lambda_k + \\ &+ a_{n-1} A_k) + x_i^{(n-1)}(t) \sum_{k=1}^{n} a_n A_k \equiv b_m x_i^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \\ &+ ... + b_1 \dot{x}_i(t) + b_0 x_i(t) \end{aligned} \tag{11}$$

results.

From the identity (11) the following system of eqs. is derived :

$$
(12)\quad \begin{cases}
a_n\lambda_k^n + a_{n-1}\lambda_k^{n-1} + \ldots + a_1\lambda_k + a_0 = 0, \\
\sum_{k=1}^{n} A_k = 0, \\
\sum_{k=1}^{n} A_k\lambda_k = 0, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\sum_{k=1}^{n} A_k\lambda_k^{n-m-2} = 0, \\
\sum_{k=1}^{n} a_n A_k\lambda_k^{n-m-1} = b_m, \\
\sum_{k=1}^{n} (a_n A_k\lambda_k^{n-m} + a_{n-1}A_k\lambda_k^{n-m-1}) = b_{m-1}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\sum_{k=1}^{n} (a_n A_k\lambda_k^{n-1} + a_{n-1}A_k\lambda_k^{n-2} + \ldots + a_{n-m}A_k\lambda_k^{n-m-1}) = b_0,
\end{cases}
$$

$$(k = 1,\ 2,\ldots,\ n).$$

3. Calculus of the Poles and Residia of a Linear Automatic System with Time Varying Parameters

Considering the linear automatic system with time-varying parameters described by the eq. (4) and the initial conditions (7), the output quantity has then the expression

$$
(13)\quad x_e(t) = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k(t)s^k}{\sum_{j=0}^{n} a_j(t)s^j}\, x_i(t)
$$

or

$$
(14)\quad x_e(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k(t)}{s - \lambda_k(t)}\, x_i(t).
$$

The substitution

$$
(15)\quad \lambda_k^i \to [p + \lambda_k(t)]^i \,.\, 1
$$

is made in the system of eqs. (12) for determining the poles and residia, $\lambda_k(t)$ and $A_k(t)$, respectively.

Thus, the following system of equations results for determining the poles and residia

$$
\begin{cases}
a_n(t)\,[p+\lambda_k(t)]^n\cdot 1+a_{n-1}(t)\,[p+\lambda_k(t)]^{n-1}\cdot 1+\ldots+a_1(t)\,[p+\lambda_k(t)]\cdot 1+a_0(t)=0, \\
\sum_{k=1}^{n} A_k(t)=0, \\
\sum_{k=1}^{n} A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]\cdot 1=0, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\sum_{k=1}^{n} A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]^{n-m-2}\cdot 1=0, \\
\sum_{k=1}^{n} a_n(t)A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]^{n-m-1}\cdot 1=b_m(t), \\
\sum_{k=1}^{n} \{a_n(t)A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]^m\cdot 1+a_{n-1}(t)A_k(t)[p+\lambda_k(t)]^{n-m-1}\cdot 1\}=b_{m-1}(t), \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\sum_{k=1}^{n} \{a_n(t)A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]^{n-1}\cdot 1+\ldots+a_{n-m}(t)A_k(t)\,[p+\lambda_k(t)]^{n-m-1}\cdot 1=b_0(t),
\end{cases}
\tag{16}
$$

$$(k=1,\ 2,\ldots,\ n).$$

4. Transfer Functions

Writting

$$H(s,\ t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k(t)}{s-\lambda_k(t)} \tag{17}$$

one gets eq. (14) as

$$x_e(t)=H(s,\ t)\,x_i(t). \tag{18}$$

In other words a transfer function $H(s,\ t)$ can be attached to a linear automatic system with time-varying parameters described by the eq. (4) in order to determine the response of the system to any excitation signal.

The transfer function $H(s,\ t)$ can be used exactly as the transfer function of the linear automatic systems with constant parameters.

5. Conclusions

By using a new procedure of calculating the poles and residia of linear automatic system with constant parameters, the poles and residia of a linear automatic system with time-varying parameters could also be cal-

culated. Thus, the Heaviside's formula is generalized for the most general case of linear automatic systems with both constant and time-varying parameters. The transfer function attached to a linear automatic system with time-varying parameters has the same properties as the one attached to linear automatic systems with constant parameters.

The poles and residia of the linear automatic systems with time-varying parameters are time functions whereas those of the linear automatic systems with constant parameters are constants.

Received, December 8, 1973

Polytechinc Institute of Jassy,
Department of Physics and Electronics

REFERENCES

1. Adams T. V., *Steady-State Analysis of the Linear Networks Containing one Sinusoidally-Variable Capacitor.* IEEE Trans. on Circ. Theory, *3*, 313—319 (1970).
2. Бриккер И. Н., *О частотном анализе линейных систем с переменным параметрами.* Авт. и телемех., *8*, 52—64 (1966).
3. Călin S., *Regulatoare automate, calculul și construcția.* EDP, Buc., 1967.
4. Zadeh L. A., *Time-varying Networks.* I.R.E. International Convention Record, Part IV, 251—267 (1961).
5. Endrass H., Schweizer G., *Zusammenhänge zwischen der Übertragungsfunktion und der Theorie von Floquet bei linearen Regelsystemen mit periodischen Parametern.* Regelungstechnik, *11*, 501—504 (1969).
6. Florea S., *Elemente de reglaj și automatizare.* EDP, Buc., 1966.
7. Giadrossi G., Milo S., *Algebra degli schemi a blocchi per sistemi lineari a parametri variabili periodicamente.* Automazione e Strumentazione, **15**, *3*, 106—119 (1967).
8. Kirszemblat A., *Calcul opérationnel des systèmes linéaires paramétriques.* Ann. des telecom., **24**, *11—12* (1969).
9. Микусинский Ж. Г., *Операционное исчисление,* (transl. from Polish). ИИЛ, М., 1956.
10. Munteanu V., Alexandru N., *Transfer Functions Attached to Linear Automatic Systems with Time-Varying Parameters* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XX (XIV), *1—2*, s. III (1974).
11. Penescu C., *Automatica și telemecanica sistemelor energetice.* Vol. I, Ed. Acad., R.P.R., Buc., 1959.

FUNCȚII DE TRANSFER ATAȘATE SISTEMELOR AUTOMATE LINIARE CU PARAMETRI VARIABILI ÎN TIMP (II)

(Rezumat)

Se expune un nou procedeu de calcul al polilor și reziduurilor unui sistem automat liniar staționar, procedeu care se poate extinde la calculul polilor și reziduurilor unui sistem automat liniar nestaționar. Se generalizează formula de dezvoltare a lui Heaviside și se atașează funcții de transfer sistemelor automate liniare nestaționare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

C. D. 621.3.016.35: 621.316.1

SUR LA STABILITÉ DYNAMIQUE OPTIMALE D'UN RÉSEAU DE TRANSMISSION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE *)

PAR

VIRGIL ALEXANDRESCU

1. Introduction

On étudie ci-dessous l'optimalisation du processus transitoire selon le critère du temps minimal dans un réseau de transmission de l'énergie électrique. En tenant compte du but qu'on s'est proposé, on considère comme suffisament exacte la représentation du réseau sous la forme d'un objet non linéaire de deuxième ordre, qui correspond à une classe d'objets non linéaires de la forme :

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u, \tag{1}$$

ou : $x(t)$ — vecteur colonne représentant l'état de l'objet, ayant les coordonnées $x_1, ..., x_n$; $u(t)$ — vecteur colonne représentant la fonction de commande, ayant les coordonnées $u_1, ..., u_r$; $G(x)$ — matrice rectangulaire de l'ordre $n \times r$, ayant les éléments g_{ik}.

En notant : R^n — l'éspace euclidéen n-dimensionnel, X — l'espace de phase, U — l'espace des commandes admissibles, on a :

$$x \in X \subseteq R^n, \quad u \in U \subseteq R^r, \quad f(x) : X \to R^n, \quad g_{ik}(x) : X \to R.$$

Les fonctions $f(x)$ et $g_{ik}(x)$ sont continues et dérivables par rapport à toutes les variables x et les fonctions $u_1, ..., u_r$ sont continues par morceaux. Le domaine U a la forme :

$$U = \{u \mid m_k \leqslant u_k \leqslant M_k, \; m_k \in R, \; M_k \in R, \; k = 1, ..., r\}. \tag{2}$$

On suppose comme remplie la condition d'existence et d'unicité de la commande optimale $u(t) \in U$ qui assure l'évolution de l'objet décrit par l'équation (1), de l'état initial donné $x^0 = x(t_0) \in X$ à l'état final $x^1 = x(t_1) \in X$, en temps minimal. Dans les conditions ci-dessus la synthèse de la fonction $u(t)$ représente un problème assez difficile. En effet, en appli-

*) Présentée lors de la session scientifique jubilaire „60 ans d'enseignement électrotechnique à Jassy", 21—23 décembre 1972.

quant le principe de maximum de P o n t r y a g u i n e, qui constitue dans ce cas une condition nécessaire d'optimalité, on obtient au début la seule information que si la commande optimale existe, elle est composée de quelques intervalles ou les fonctions u_k ont l'une de leurs valeurs extrêmes. Il résulte des conditions où le hamiltonien peut atteindre le maximum que la valeur d'une fonction u_k à un moment donné t, dépend des signes des coordonnées d'un vecteur adjoint $\Psi(t)$ et des fonctions $g_{tk}(x(t))$ [1].

De plus, les états x^0 et x^1 étant fixés, les conditions de transversalité, ne déterminent pas les conditions limite pour le système d'équations du vecteur Ψ. Par conséquent, la solution du problème par une méthode numérique basée sur le principe du maximum rencontre de grands difficultés. Celles-ci peuvent être évitées si l'ordre du système (1) est assez petit (dans notre cas $n = 2$), en déterminant la commande optimale $u(t)$ par des raisonnements directs sur le portrait de phase. C'est ce qu'on le montrera ci-dessous, en tenant compte des particularités de l'objet concret analysé.

2. Les équations du processus transitoire

On considère un système simple de transmission de l'énergie électrique, pour lequel on adopte un schéma équivalent du type diple réactif (fig. 1). Le processus transitoire est décrit par l'équation :

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} + N\frac{d\delta}{dt} = P_0 - Y_{12}E_1E_2\sin\delta, \tag{3}$$

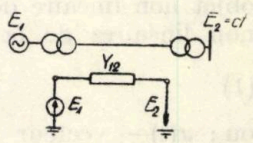


Fig. 1

ou l'on a noté : $M = T_j/\omega_0$, $N = P_d/\omega_0$, δ—le déphasage entre la tension E_2 du réseau de puissance et la tension interne du générateur E_1, ω_0 — la vitesse synchrone, T_j — la constante d'inertie du générateur, P_0 — la puissance constante du moteur primaire, P_d — le couple d'amortissement, Y_{12} — l'admitance résultante du réseau.

En introduisant les notations supplémentaires: $k_1 = P_0/M$, $k_2 = P_d/M$, $k_3 = Y_{12}E_2/M$, $u = E_1$, $x_1 = \delta$, l'équation (3) peut être amenée à la forme (1), à savoir

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_2\\ k_1 - k_2x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ -k_3\sin x_1\end{bmatrix}u. \tag{4}$$

La fonction de commande est soumise à la contrainte $|u| \leqslant E$. De plus, la constante de temps de l'enroulement d'excitation étant négligée, il en résulte que la fonction $u(t)$ peut avoir des variations brusques. On continue à chercher la commande admissible $u(t)$ qui détermine l'évolution du système (4) d'un état B, ou il a été amené à la suite d'une perturbation de l'état normal de fonctionnement A, vers le même état initial A. Pour l'objet analysé la perturbation la plus grave consiste dans un court-circuit triphasé qui interrompt complètement la transmission. On obtient la trajectoire $x_2 = \varphi(x_1)$ du système pendant le court-circuit en intégrant les équations (4) pour $P_d = 0$, $Y_{12} = 0$, dans les conditions limite $x_1(0) = x_1^A = \delta_0$,

$x_2(0) = x_2^A = 0$, connues déja du régime normal, antérieur à la perturbation.

En notant avec t_p le temps de débranchement du défaut et de rétablissement de la transmission, il résulte facilement l'état B, défini par $x(t_p) = x^B$. C'est l'état initial $x_0 = x(t_0)$ à partir duquel le système doit aboutir en temps minimal à l'état final $x^1 = x^A = x(t_1)$. Il est évident que $t_0 = t_p$.

On détermine ensuite la fonction $u(t)$ pour les valeurs suivantes des paramètres du réseau (en unités relatives) : $M = 3{,}1.10^{-4}$, $N = 1{,}7.10^{-4}$, $P_0 = 1$, $E_2 = 1$, $Y_{12} = 0{,}62$, $E = 4$, $t_p = 0{,}2$ sec et les états extrêmes : $x_1^0 = 100{,}5°$, $x_2^0 = 642°/\text{sec}$, $x_1^1 = 35{,}2°$, $x_2^1 = 0$.

3. La synthèse de la commande optimale

3.1. Cas d'une seule grandeur de commande

Dans le système (4) c'est une seule grandeur de commande u qui intervient. Selon le principe du maximum, entre les moments t_0 et t_1 la commande optimale u est du type relais et peut avoir uniquement les valeurs $+E$ ou $-E$. Pour trouver le signe de la fonction u dans les intervalles et les moments de commutation on agira de la manière suivante. En connaissant que l'évolution vers l'état final x^1 n'est pas possible que par

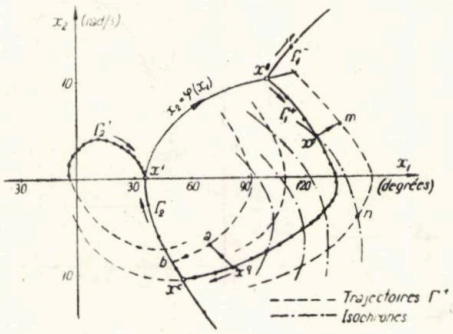


Fig. 2

deux trajectoires, on déterminera ceux-ci en intégrant le système (4) pour $t < t_1$. On obtient les courbes Γ_2^+ $(u = +E)$ et Γ_2^- $(u = -E)$ (fig. 2). On détermine aussi, d'une manière analogue, les deux trajectoires initiales possibles Γ_1^+ et Γ_1^-. On a utilisé la méthode d'intégration numérique décrite dans [2] en choisissant le pas $\Delta t = 0{,}02$ sec. L'analyse des courbes obtenues suggère la conclusion que la trajectoire optimale est formée par des morceaux des trajectoires Γ_1^+ et Γ_2^- ayant un point de commutation en x^c au moment τ_c. Pour démontrer l'optimalité, il faut d'abord remarquer que tout processus qui débute sur la trajectoire Γ_2^-, évolue en temps minimal jusqu'en x^1 seulement sur cette trajectoire. En tenant compte du fait que pour l'objet analysé ce sont les points initials $x_1^1 < x_1^0 < 180°$, $x_2^0 \leqslant \varphi(x_1^0)$

qui présentent un intérêt pratique, dans ce cas la trajectoire Γ_2^- représente la courbe de commutation. Il reste à montrer que pendant l'évolution du système jusqu'au point de commutation x^c, n'importe quelle autre commutation possible, y compris le départ initial sur Γ_1^-, mène à l'accroissement de la durée du processus. En effet, en traçant dans le plan de phase une famille de trajectoires du type Γ^+, ainsi que les courbes isochrones correspondantes à l'accès vers l'état x^1 sur Γ_2^-, on constate qu'au cas d'une commutation dans un point x^p situé dans le demiplan supérieur, une nouvelle comutation en m devient nécessaire. Mais puisque les points x^p et n sont situés sur la même isochrone, l'augmentation de la durée du processus est évidente. Si la commutation a lieu dans un point x^q du demiplan inférieur, on observe que le passage du système sur la courbe Γ_2^- par un autre point de commutation a correspond à la même variation Δx_1 qu'au cas de l'évolution par x^c, mais cette variation est parcourue à une moindre vitesse. Naturellement, les affirmations ci-dessus ne constituent pas une démonstration rigoureuse et ne sont pas valables pour toute valeur x^0 du plan de phase. Il existe pourtant la possibilité d'élargir le problème pour toute valeur x^0 comprise entre les droites $x_1=180°$ et $x_1=-180°$. Il semble que, dans ce cas, la courbe de commutation a la forme de la fig. 3. On a noté par V^+ et V^- les domaines ou la fonction u garde le signe positif ou négatif. Ces aspects seront étudiés dans un travail ultérieur.

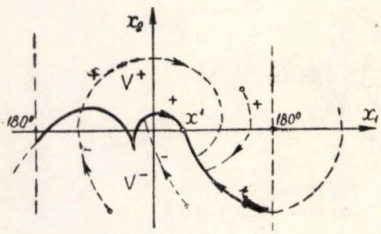


Fig. 3

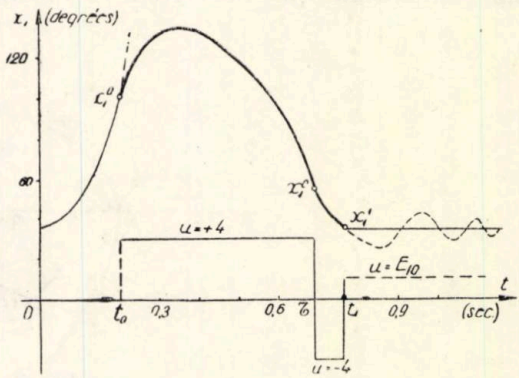


Fig. 4

Les fonctions $x_1(t)$ et $u(t)$ sont représentées dans la fig. 4 On a obtenu les résultats suivants : le temps minimal $t_1 - t_0 = 0{,}53$ sec, le point de commutation $x_1^c = 56°$, $x_2^c = -620°$/sec, le moment de commutation $\tau_c = t_0 + 0{,}45$ sec.

3.2. Cas de deux grandeurs de commande

Si l'on introduit une nouvelle grandeur de commande, u_1, l'équation du processus devient de la forme :

$$(5) \qquad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ k_1 - k_2 x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -k_3 \sin x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

ou $u_2 = E_1$ et u_1 représentent un couple mécanique de freinage appliqué sur l'arbre du groupe. La commande par la grandeur u_1 présente un intérêt pratique au cas des groupes hydrauliques. La contrainte imposée à la fonction u_1 est du type $u_1^{\min} \leqslant u_1 \leqslant u_1^{\max}$.

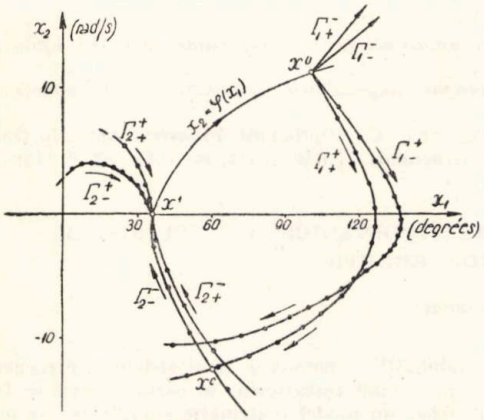


Fig. 5

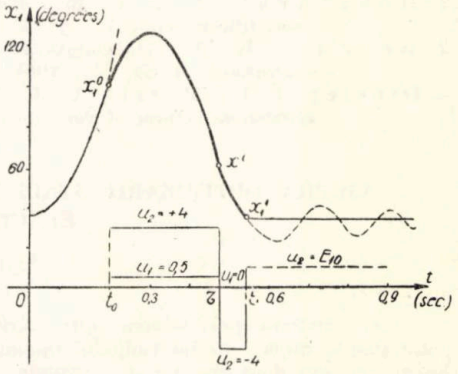


Fig. 6

La commande par deux grandeurs est plus compliquée parce que l'accès vers le point final x^1 est possible sur quatre trajectoires, de même que l'évolution qui a pour point de départ x^0. Ces trajectoires, représentées dans la fig. 5, sont marquées par deux indices. L'indice supérieur indique le signe de u_1 et l'indice inférieur, celui de u_2. En nous limitant au même domaine des valeurs x_0, sur la base de quelques raisonnements analogues aux ceux ci-dessus, on en peut tirer la conclusion que la courbe de commutation est représentée par la trajectoire Γ_{2-}^{-}. On obtient pour les mêmes valeurs numériques et de plus $u_1^{\min} = 0$, $u_1^{\max} = 0{,}5$, la trajectoire optimale formée par Γ_{1-}^{-} et Γ_{2+}^{+} ayant le point de commutation $x_1^c = 61°$, $x_2^c = -716°$/sec et $t_1 - t_0 = 0{,}36$ sec. Les fonctions $x_1(t)$ et $u(t)$ sont représentées dans la fig 6. On observe que le temps optimal est de 30% moindre que celui qui correspond au cas décrit dans le § 3.1.

4. Conclusions

1°. On met en évidence la possibilité d'optimalisation de la stabilité dynamique d'un réseau de transmission de l'énergie électrique en utilisant une ou deux grandeurs de commande. On obtient la synthèse des commandes optimales, tout simplement, en déterminant la courbe de commutation dans le plan de phase pour le domaine des valeurs x^0 rencontré habituellement dans les situations réelles.

2. Dans le cas étudié dans le § **3.2** les deux fonctions de commande ont le même moment de commutation. Par rapport au cas traité dans le § **3.1** il résulte une valeur du temps minimal sensiblement plus réduite.

Reçue le 4 février 1975

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Électroénergétique

BIBLIOGRAPHIE

1. Понтрягин Л. С. и др., *Математическая теория оптимальных процессов.* Физматгиз, М., 1961.
2. Веников В. А., *Электромеханические переходные процессы в электрических системах.* ГЭИ, М., 1964.
3. Dineley J. L., Morris A. J., Peerce C., *Optimized Transient Stability from Excitation Control of Synchronous Generators.* IEEE Trans. on PAS, **87**, *8* (1968).

ASUPRA OPTIMIZĂRII STABILITĂŢII DINAMICE A UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC

(Rezumat)

Se studiază posibilitatea optimizării stabilităţii dinamice a unui sistem electroenergetic simplu după criteriul timpului minim al procesului tranzitoriu, în cazurile cînd se folosesc una sau două mărimi de comandă. Utilizînd un model matematic simplificat, se obţine pe o cale simplă curba de comutaţie a comenzii optimale pentru domeniul din planul fazelor care prezintă interes practic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

C.Z. 621.316.9

CONSIDERAȚIUNI PRIVIND INFLUENȚA INSENSIBILITĂȚII ELEMENTULUI DE MĂSURĂ DIN SCHEMA DE COMPARAȚIE ASUPRA FORMEI CARACTERISTICILOR ÎN PROTECȚIILE DE IMPEDANȚĂ

DE

I. BEJAN, I. ȚIȚARIU, GHERGHINA BALABAN și D. ASANDEI

1. Introducere

În studiul protecțiilor de distanță (de impedanță), funcționînd pe principiul comparării valorilor absolute (fig. 1), condiția de acționare este exprimată prin inegalitatea :

$$\Delta E = K_d \mid \underline{E}_1 \mid - K_d \mid \underline{E}_2 \mid \geqslant U_0, \tag{1}$$

în care : K_d este constanta elementului de comparație, $\mid \underline{E}_1 \mid$ și $\mid \underline{E}_2 \mid$ — mărimile de ieșire din formatoarele de funcții FF_1 și FF_2 iar U_0 — tensiunea limită inferioară de acționare a indicatorului de nul IN.

Expresiile mărimilor $\mid \underline{E}_1 \mid$ și $\mid \underline{E}_2 \mid$ pot fi, în cazul general [1], [2], de forma :

$$\mid \underline{E}_1 \mid = k_n \mid \underline{K}_{1U}\, U + \underline{K}_{1I}\, \underline{I} \mid^n, \qquad \mid \underline{E}_2 \mid = k_n \mid \underline{K}_{2U}\, \underline{U} + \underline{K}_{2I}\, \underline{I} \mid^n, \tag{2}$$

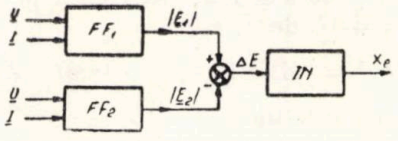


Fig. 1

unde : $\underline{K}_{1U}$, $\underline{K}_{2U}$, $\underline{K}_{1I}$, $\underline{K}_{2I}$ reprezintă coeficienții de schemă ai formatoarelor [1], [2], U și I — mărimile controlate în locul de instalare a protecției, n — gradul și k_n — constantă a formatoarelor de funcții.

După cum se știe, caracteristicile de acționare ale protecțiilor de distanță se consideră a fi realizate în condiții ideale, pentru care în (1), $U_0 = 0$. Această situație presupune utilizarea unor indicatoare de nul cu o sensibilitate foarte ridicată, costisitor de realizat. Ca urmare U_0 poate fi redus oricît, dar întotdeauna $U_0 \neq 0$. În această situație, evident, caracteristicile de acționare nu mai sînt cele corespunzătoare situației ideale ($U_0 = 0$).

În literatura de specialitate, influența insensibilității elementului de măsură asupra caracteristicilor de acționare a protecțiilor de distanță este menționată în special în cazul formatoarelor liniare ($n = 1$). Astfel, în [1] de definește eroarea introdusă de factorul menționat ca eroare de discontinuitate, prezentîndu-se în parte influența ei asupra caracteristicilor de acționare.

În lucrarea de față se efectuează un studiu calitativ și cantitativ în legătură cu influența insensibilității elementului de măsură din schema de comparație asupra formei caracteristicilor de acționare, realizate cu montaje avînd formatoare liniare ($n = 1$) și pătratice ($n = 2$). Concluziile rezultate sînt valabile oricare ar fi forma de realizare a celor două tipuri de formatoare de funcții.

2. Cazul formatoarelor de funcții liniare

Condiția de acționare a protecției de distanță în cazul formatoarelor liniare se obține din (1) și (2) pentru $n = 1$, $k_n = k_1 = 1$, și are forma :

$$K_d \,|\, K_{1U}\, U + K_{1I}\, \underline{I} \,| - K_d \,|\, K_{2U}\, \underline{U} + K_{2I}\, \underline{I} \,| \geq U_0, \tag{3}$$

sau :

$$|\, \underline{Z} - \underline{Z}_1 \,| - K_1 \,|\, \underline{Z} - \underline{Z}_2 \,| \geq K_{3L}, \tag{4}$$

unde :

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}, \quad \frac{K_{1I}}{K_{1U}} = -Z_1, \quad \frac{K_{2I}}{K_{2U}} = -\underline{Z}_2, \quad \frac{K_{2U}}{K_{1U}} = K_1, \quad \frac{U_0}{K_d K_{1U} I} = K_{3L}. \tag{5}$$

Evident, ecuația caracteristicii de acționare în planul impedanței $\underline{Z} = R + jX$ este dată de (4), considerînd numai cazul egalității.

În funcție de valoarea constantei K_1, acționarea are loc fie pentru valori ale impedanței situate în interiorul caracteristicii de acționare (dacă $K_1 > 1$), fie în exteriorul acesteia (dacă $K_1 < 1$).

Relația (4), explicitată în variabilele R, X, conduce la o ecuație de gradul patru, dificilă de studiat. Pentru simplificări se apelează la o schimbare a sistemului de axe (R', jX) în (R , jX') (fig. 2 *a*), astfel încît originea noului sistem să fie în $\underline{Z}_1$ iar axa reală să treacă prin $\underline{Z}_2$. Se introduc mai întîi variabilele Z_α și α date de

$$Z_\alpha = O'A = |\, \underline{Z} - \underline{Z}_1 \,|, \qquad \alpha = \arg (\underline{Z} - \underline{Z}_1). \tag{6}$$

Dacă în plus se fac notațiile :

$$|\, \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 \,| = a, \quad \frac{Z_\alpha}{a} = \frac{Z_\alpha}{|\, \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 \,|} = V, \quad \frac{K_{3L}}{a} = \frac{U_0}{K_d K_{1U} I \,|\, \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 \,|} = K_{2L}, \tag{7}$$

atunci axele noului sistem devin adimensionale (fig. 2 *b*) și anume, R'/a, jX'/a. Caracteristica de acționare obținută din (4) este descrisă, în noul sistem de axe adimensionale, de o ecuație de gradul doi, adimensională, ușor de studiat prin variabilele finale V și α. Expresia acestei caracteristici, obținută din (4)...(6) și folosind fig. 2 *a*, este :

$$(1 - K_1^2)V^2 + 2(K_1^2 \cos \alpha - K_{2L})V + K_{2L}^2 - K_1^2 = 0. \tag{8}$$

Poziția caracteristicii în planul (R, jX) poate fi aleasă în mod convenabil prin alegerea lui $\underline{Z}_1$ și $\underline{Z}_2$ (fig. 2 *a*). În fig. 2 *c*, pentru exemplifi-

care, este reprezentată o caracteristică circulară de acționare, considerînd cele două sisteme de axe.

Ecuația (8), în sistemul de axe R'/a, jX'/a, reprezintă, în general, anumite curbe, care depind de constantele K_1, K_{2L}. Evident, caracteristicile de acționare neafectate de erori de discontinuitate corespund situației pentru care în (8) $K_{2L} = 0$, respectiv $U_0/K_d K_{1U} I \mid \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 \mid = 0$. Aceste caracteristici sînt circulare pentru $K_1 = 1$ și le vom denumi *caracteristici ideale de acționare*. În raport cu acestea se va compara forma caracteristicilor de acționare pentru $K_{2L} \neq 0$.

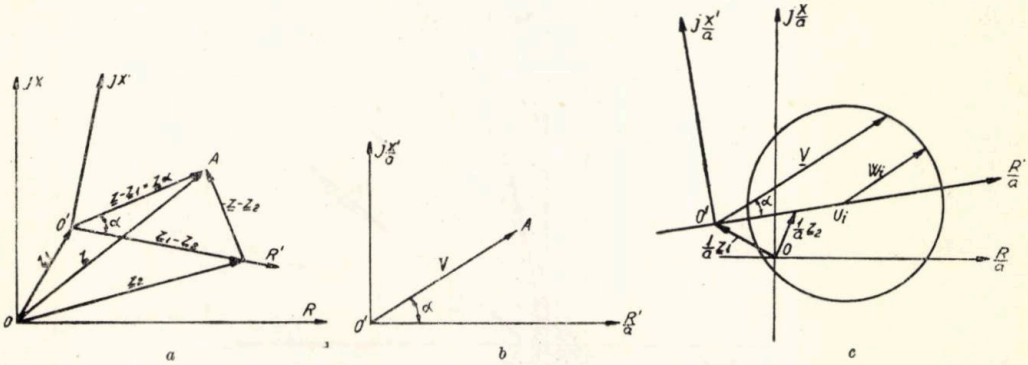


Fig. 2

2.1. Cazul $K_1 \geqslant 1, K_{1U} \neq 0$

În fig. 3 sînt reprezentate familii de caracteristici de acționare, trasate pentru diferite valori ale constantelor K_1, K_{2L}, după cum urmează: a) $K_1 = 1{,}2$ și $K_{2L} = 0$; 0,1 ; 0,2 (curbele *1*, *2* și *3*); b) $K_1 = 1{,}5$ și $K_{2L} = 0$; 0,1 ; 0,2 (curbele *4*, *5* și *6*).

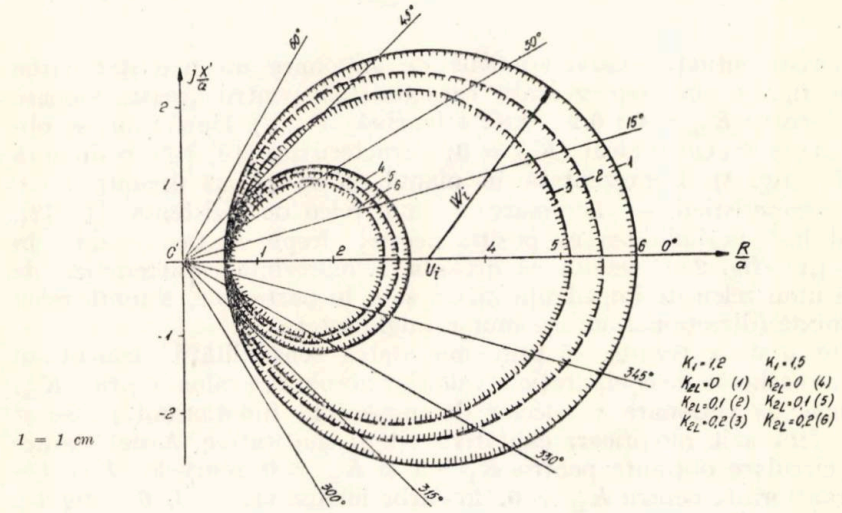


Fig. 3

În funcție de valoarea constantei $K_{2L} \neq 0$, caracteristicile se abat de la cea ideală ($K_{2L} = 0$), care are raza W_i și abscisa centrului U_i date de relațiile:

$$W_i = \frac{K_1}{K_1^2 - 1}, \quad U_i = \frac{K_1^2}{K_1^2 - 1}. \tag{9}$$

În cazul limită $K_1 = 1$, din (8) se obține:

$$V = \frac{1 - K_{2L}}{2(\cos \alpha - K_{2L})}. \tag{10}$$

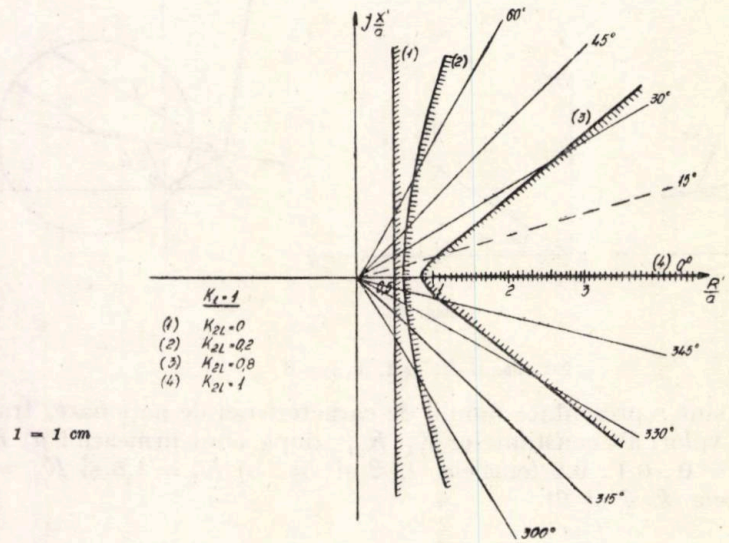


Fig. 4

În această situație caracteristicile de acționare nu mai sînt curbe închise. În fig. 4 sînt reprezentate caracteristici pentru această valoare a lui K_1 și pentru $K_{2L} = 0$; 0,2 ; 0,8 ; 1 (curbele *1* ... *4*). După cum se observă, numai pentru cazul ideal ($K_{2L} = 0$) caracteristica (10) este o dreaptă (dreapta *1* — fig. 4). Reprezentată în planul (R'/a, jX'/a) dreapta *1* corespunde caracteristicii de acționare a unui releu de rezistență [1], [2]. Considerînd însă posibilitatea ca poziția acestei drepte să fie oarecare în planul (R, jX) (fig. 2 *c*), rezultă că dreapta *1* reprezintă caracteristica de acționare a unui releu de impedanță mixtă sau, în particular, a unui releu de putere mixtă (direcțional) cu un anume unghi intern.

Din fig. 3 și 4 rezultă că prin micșorarea sensibilității elementului de măsură din schema de comparație a valorilor absolute, evaluată prin K_{2L}, caracteristicile de acționare a releelor de impedanță funcționînd pe acest principiu suferă atît modificări calitative cît și cantitative. Astfel, caracteristicile circulare obținute pentru $K_1 > 1$ și $K_{2L} = 0$ (curbele *1* și *4* — fig. 3) se transformă, pentru $K_{2L} \neq 0$, în curbe închise (*2*, *3*, *5*, *6* — fig. 3),

care nu mai sînt cercuri; caracteristica releului de rezistență (de impedanță mixtă, $K_1 = 1$, fig. 4) se transformă într-o caracteristică de tip hiperbolă (curbele *2* și *3*), sau pentru $K_{2L} = K_1 = 1$, se obține o caracteristică degenerată, cu zona de acționare redusă la o dreaptă (dreapta *4* — fig. 4).

2.2. Cazul $K_1 < 1$; $K_{1U} \neq 0$

În fig. 5 sînt reprezentate caracteristicile de acționare trasate pentru condițiile menționate mai sus și anume: $K_1 = 0{,}8$ și $K_{2L} = 0$ — curba *1*, $K_{2L} = 0{,}5$ — curba *2*, $K_{2L} = 0{,}8$ — curba *3*, $K_{2L} = 1$ — curba *4*.

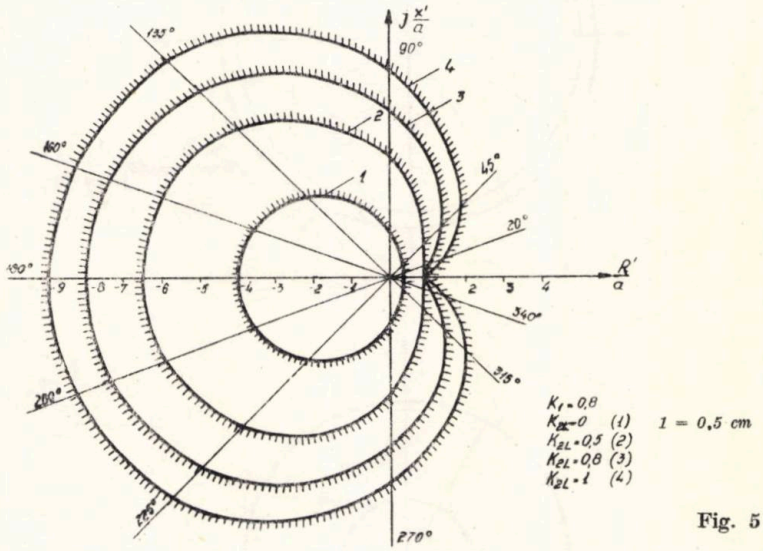


Fig. 5

După cum se constată și pentru această condiție de fixare a domeniului de acționare, insensibilitatea elementului de măsură a montajului determină o deformare pronunțată a carateristicilor de acționare și anume de la caracteristica ideală circulară (curba *1* — fig. 5) la cea de tip cardioidă ($K_{2L} = 1$ — curba *4*, fig. 5).

2.3. Cazul $K_{1U} = 0$

În acest caz particular, din condiția de acționare (3) se obține ușor expresia caracteristicii de acționare în planul $\underline{Z}$:

$$|\underline{Z} - \underline{Z}_2| = r - K'_{2L}, \tag{11}$$

unde

$$r = \frac{K_{1I}}{K_{2U}}, \quad K'_{2L} = \frac{U_0}{K_d I K_{2U}}, \quad \underline{Z}_2 = -\frac{K_{2I}}{K_{2U}}. \tag{12}$$

Din (11) și (12) rezultă că, în situația studiată, caracteristicile sînt circulare și pentru K_{2I} variabil constituie o familie de cercuri concentrice.

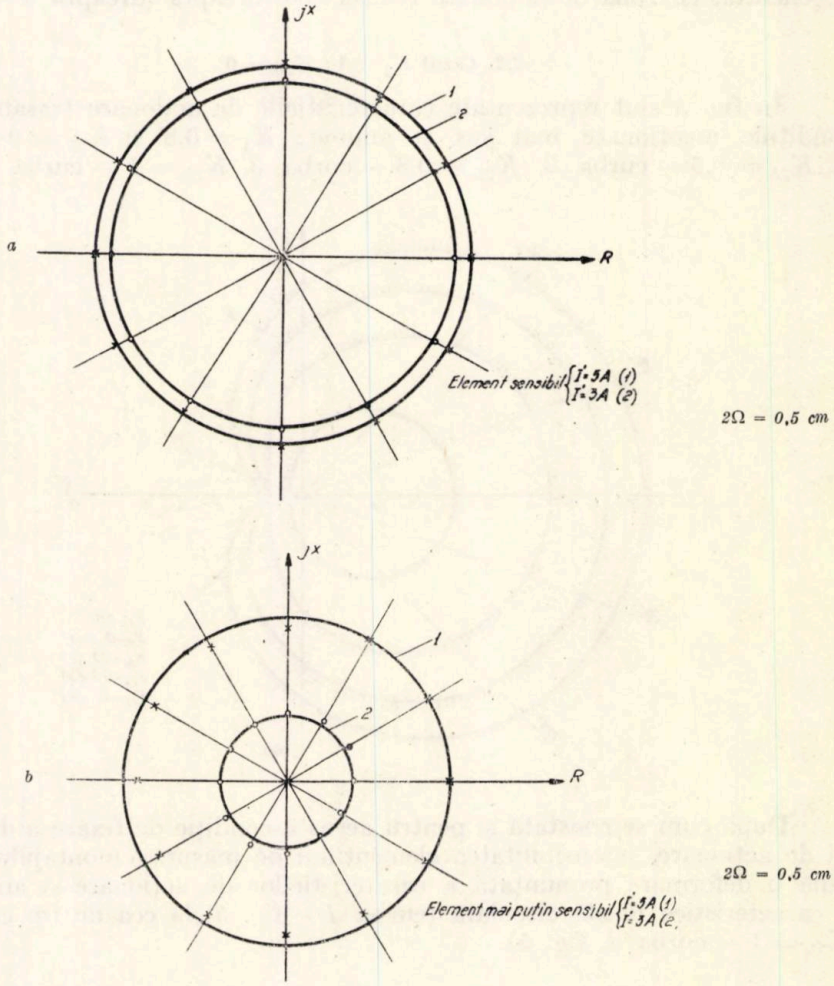


Fig. 6

Pentru a pune în evidență influența insensibilității elementului de măsură asupra caracteristicilor, în fig. 6 *a* și 6 *b* sînt trasate, ca exemplu, caracteristicile obținute experimental pentru protecția de distanță D 113, avînd $\underline{K}_{2I} = 0$ (deci $\underline{Z}_2 = 0$), la două valori ale curentului din circuitul secundar și anume: $I_2 = 5\text{A}$ — curbele *1* și $I_2 = 3\text{A}$ — curbele *2*. În fig. 6 *a* indicatorul de nul folosit este cel propriu protecției (curent de acționare limită $I_{a1} = 165\ \mu\text{A}$); în fig. 6 *b*, drept indicator de nul s-a folosit un releu mai puțin sensibil ($I_{a1} = 330\ \mu\text{A}$).

Rezultatele prezentate în fig. 6 confirmă concluziile privind influența insensibilității elementului de măsură asupra caracteristicilor de acționare în condițiile montajului specificat.

3. Cazul formatoarelor de funcții pătratice

Condiția de acționare în cazul formatoarelor de funcții pătratice se obține din (1) și (2) pentru $n = 2$, $k_n = k_2 = K_M$ și este de forma:

$$K_d K_M \mid \underline{K}_{1U}\, \underline{U} + \underline{K}_{1I}\, \underline{I} \mid^2 - K_d K_M \mid \underline{K}_{2U}\, \underline{U} + \underline{K}_{2I}\, \underline{I} \mid^2 \geq U_0, \tag{13}$$

sau

$$\mid \underline{Z} - \underline{Z}_1 \mid^2 - K_1^2 \mid \underline{Z} - \underline{Z}_2 \mid^2 \geq K_{3P}^2, \tag{14}$$

unde:

$$K_{3P}^2 = \frac{U_0}{K_d K_M K_{1U}^2 I^2}. \tag{15}$$

Celelalte mărimi din (14) și anume $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, K_1, $\underline{Z}$ au expresiile din (5), iar K_M este constanta dimensională a formatoarelor pătratice.

Utilizînd un procedeu analog celui din § 2, se obține ecuația caracteristicii de acționare, în noul sistem de axe adimensional:

$$(1 - K_1^2)V^2 + 2VK_1^2 \cos\alpha - K_{2P}^2 - K_1^2 = 0, \tag{16}$$

unde V și α sînt date de (7_2) și (6_2), iar K_{2P} este de forma:

$$K_{2P}^2 = \frac{K_{3P}^2}{a^2} = \frac{U_0}{K_d K_M K_{1U}^2 I^2 \mid \underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 \mid^2}. \tag{17}$$

Pentru $K_1 \neq 1$ ecuația (16), în noul sistem de axe, reprezintă evident cercuri, indiferent de valoarea constantei K_{2P}.

3.1. Cazul $K_1 \geq K_{1U} \neq 0$

În această situație, cercurile au centrul situat pe axa reală pozitivă, abscisa centrului și raza avînd valorile:

$$U = \frac{K_1^2}{K_1^2 - 1}, \qquad W = \frac{\sqrt{K_1^2 - K_{2P}^2(K_1^2 - 1)}}{K_1^2 - 1}. \tag{18}$$

Reprezentînd în fig. 7 caracteristicile de acționare descrise de (16), pentru aceleași valori ale constantei K_1 și pentru $K_{2P} = K_{2L}$, corespunzător fig. 3, se găsește că acestea sînt de asemenea dispuse în interiorul caracteristicii ideale ($K_{2P} = 0$) și practic se confundă cu aceasta. De aici rezultă că în aceleași condiții privind constanta K_1 și pentru $K_{2P} = K_{2L}$, deformarea caracteristicilor, în cazul formatoarelor pătratice, este incomparabil mai redusă decît în cazul formatoarelor liniare.

În cazul limită $K_1 = 1$, caracteristicile sînt drepte pentru orice K_{2P}; ecuația lor se obține din (16) și are forma:

$$V = \frac{1 + K_{2P}^2}{2 \cos \alpha}. \tag{19}$$

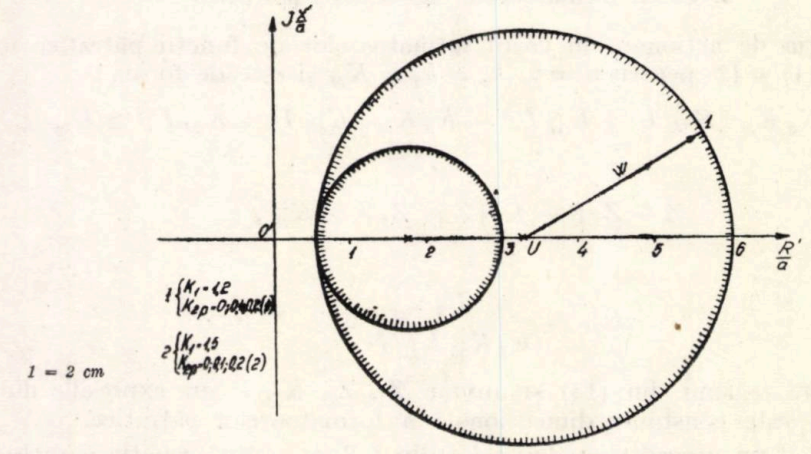


Fig. 7

În fig. 8 sînt reprezentate caracteristicile de acționare pentru patru valori ale constantei K_{2P}, aceleași cu cele pentru K_{2L} (fig. 4). Rezultă deci că pentru $K_1 = 1$ și $K_{2P} \neq 0$, insensibilitatea elementului de măsură se manifestă, în cazul formatoarelor pătratice, prin deplasarea caracteristicilor în raport cu caracteristica ideală ($K_{2P} = 0$), de abscisă $R'/a = 0{,}5$ (dreapta *1* — fig. 8).

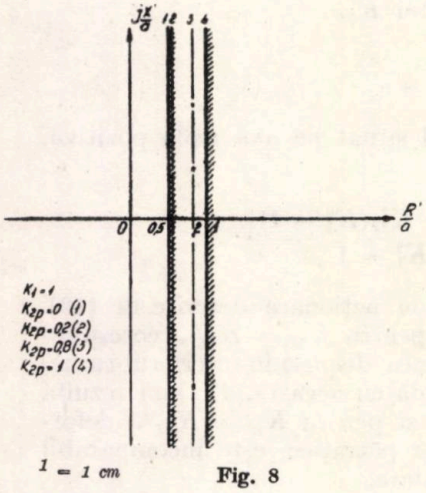


Fig. 8

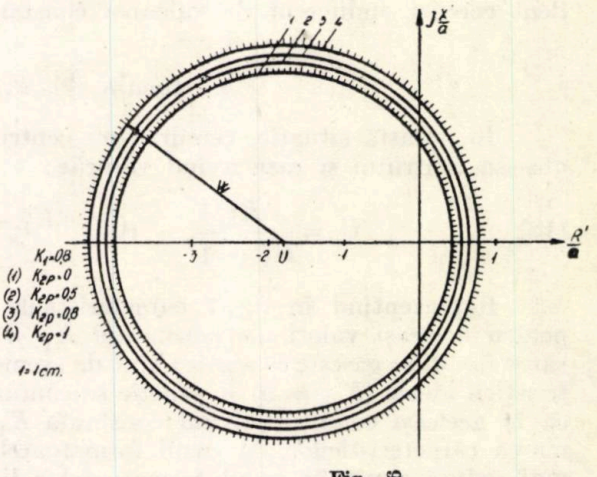


Fig. 9

Comparînd fig. 3 și 4 cu fig. 7 și 8, se constată că pentru aceleași valori ale constantelor K_{2L} și K_{2P}, caracteristicile de acționare, în cazul formatoarelor liniare, se abat de la forma caracteristicilor ideale într-o măsură mult mai mare decît în cazul formatoarelor pătratice și acasta cu atît mai mult, cu cît K_{2L}, respectiv K_{2P}, sînt mai mari.

3.2. Cazul $K_1 < 1$, $K_{1U} \neq 0$

După cum s-a mai arătat și în acest caz caracteristicile de acționare sînt cercuri. Din (18) rezultă că centrul cercurilor este situat pe axa reală negativă, iar pentru $K_{2P} \neq 0$, cercurile sînt dispuse în exteriorul caracteristicii circulare ideale.

În fig. 9 sînt reprezentate caracteristicile calculate pentru aceleași valori ale constantei K_1 și constantei K_{2P} ca și cele corespunzătoare fig. 5. Comparînd fig. 5 cu fig. 9 se constată că și în acest caz ($K_1 < 1$), abaterile caracteristicilor de acționare de la caracteristica ideală sînt mult mai mari în cazul formatoarelor liniare, decît în cazul formatoarelor pătratice.

3.3. Cazul $K_{1U} = 0$

Din condiția de acționare (13) se obține direct ecuația caracteristicii în planul $\underline{Z}$, de forma:

$$|\underline{Z} - \underline{Z}_2|^2 = r^2 - K_{2P}'^2, \tag{20}$$

unde r și $\underline{Z}_2$ au aceleași expresii ca și în (12), iar:

$$K_{2p}'^2 = \frac{U_0}{K_d K_M K_{2U}^2 I^2}. \tag{21}$$

Caracteristicile sînt în acest caz circulare și pentru K_{2P} variabil, constituind o familie de cercuri concentrice. Comparînd (20) cu (11) se constată ușor că pentru $K_{2P}' = K_{2L}'$ abaterile caracteristicilor de acționare de la caracteristica ideală ($K_{2P}' = K_{2L}' = 0$) sînt mai mari în cazul formatoarelor liniare.

4. Concluzii

În prezența inevitabilă a insensibilității U_0 a elementului de măsură din montajul protecțiilor de distanță, în condiția de acționare a acestora intervin factorii K_{2L} (rel. (7)) și K_{2L}' (rel. (12)) și K_{2P} (rel. (17)) sau K_{2P}' (rel. (21)), care depind atît de U_0 cît și de I. Acest fapt determină o modificare a formei caracteristicilor de acționare atît în cazul formatoarelor liniare cît și a celor pătratice.

În cazul formatoarelor liniare, pentru $K_1 > 1$ ($K_{1U} < K_{2U}$), $K_{1U} \neq 0$ și pentru valori ale lui K_{2L} cuprinse între 10...80%, caracteristicile se modifică de la forma circulară ideală la curbe închise degenerate din cercuri

(fig. 3). În cazul $K_1 = 1$ (relee de impedanţă mixtă) forma caracteristicilor se modifică de la dreaptă ($K_{2L} = 0$), la hiperbolă (pentru $0 < K_{2L} < 1$ — fig. 4). Pentru $K_1 < 1$ forma caracteristicilor suferă de asemenea modificări şi anume de la cercuri la cardioide (fig. 5).

Insensibilitatea elementului de măsură se manifestă într-o măsură redusă în cazul formatoarelor pătratice şi, ceea ce este important, aceasta nu modifică forma caracteristicilor de acţionare, ($K_1 > 1$ — fig. 7, $K_1 = 1$— fig. 8, $K_1 < 1$ — fig. 9).

Pe baza concluziilor obţinute rezultă avantajele pe care le pot prezenta formatoarele pătratice în măsurarea impedanţei, pentru care forma caracteristicilor de acţionare se păstrează indiferent de sensibilitatea elementului de măsură.

Primită la 7 februarie 1975

Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de utilizări electrice şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Penescu C.I., *Sisteme de protecţie de distanţă.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1971.
2. Călin S., Marcu S., *Protecţia prin relee a sistemelor electrice.* Ed. Tehn., Buc., 1965.
3. Надеждин В. В. и др., *Статические реле в релейной защите.* Изд. Наука, Ленинград, 1968.

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT L'INFLUENCE DE L'INSENSIBILITÉ DE L'ÉLÉMENT DE MESURE DU SCHÉMA DE COMPARASION SUR LA FORME DES CARACTÉRISTIQUES DANS LES PROTECTIONS D'IMPÉDANCE

(Résumé)

On établit les équations des caractéristiques d'actionnement pour le cas d'utilisation des fonctions linéaires et de deuxième degré, ce qui permet à étudier par voie analitique et graphique la modification de la forme des caractéristiques en présence de l'insensibilité de l'élément de mesure. Par rapport aux formateurs linéaires, les formateurs de deuxième degré présentent l'avantage d'avoir la forme de la caractéristique indépendente de l'insensibilité de l'élément de mesure.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI.

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

SCHUSTER D. H., *Die Grundlagen elektronischer Messgerate*. R. Oldenburg Verlag, München — Wien, 1973, 280 S., 96 Abb.

Das Buch ist dem didaktischen Gebrauch gewidmet und bringt eine Übersetzung und Anpassung dar, nach *Basis Electronic Test Equipment* von D. Schuster, New-York, Mc. Graw Hill, 1968, eingereiht in die Serie *Lehrgang Elektronik*, R. Oldenburg Verlag, München, für den Hochschulunterricht.

Charakteristisch für dieses Buch ist das Fehlen jedwelcher Mathematik, sowie auch die Anpassung ihrer Struktur an den programmierten Unterricht, mit Prüfen der Kenntniße durch elektronische Mittel. Das Buch ist in Paragraphe eingeteilt, die das Aussehen einer Lektion haben, wohlerwogen aufgebaut und logisch aneinandergereiht. Diesen folgen Fragen, die das wesentliche der dargestellten Probleme in den Vordergrund stellen und die es dem Leser mit Mittel- oder Hochschulvorbereitung erlauben, sich selbst auf dem Gebiet der elektronischen Meßgeräte vorzubereiten, angefangen von den Multimetern bis zu den Samplingoszillographen.

Das Buch umfasst sieben Kapitel, von denen die zwei ersten (70 S.) den elektrischen und elektronischen Geräten mit Anzeiger gewidmet sind. Die nächsten zwei Kapitel (70 S.) beschäftigen sich mit den Signalgeneratoren, und die letzen drei (140 S.) mit den Oszillographen und deren Gebrauchstechnik.

Hier ware auf die totale Abwesenheit der digitalen Maßgeräte, sowie auch der elektronischen Geräte analogischen Typus, für das Messen der Frequenz und der Phase, aufmerksam zu machen Gleichfalls, ist auch das völlige Fehlen des Literaturverzeichnis zu vermerken.

Im 1. Kapitel werden die wichtigsten elektrischen Meßgerätetypen mit Anzeiger dargebracht : magnetoelektrische, elektrodynamische und ferromagnetische, mit Hervorheben derer Höchstleistungen und Begrenzungen in Gleichstrom und Tonfrequenzfunktion.

Im 2. Kapitel werden einige darstellende Typen von elektronischen Röhren- und Transistorenvoltmetern beschrieben, während eine größere Aufmerksamkeit deren Eichung, Prüfen und Gebrauch geschenkt wird.

In den Kapiteln 3 und 4 werden einige Oszillatoren beschrieben, die bei den Signalgeneratoren verwendet werden, sowie die wichtigsten Generatorentypen und deren verwendung in der Technik elektronischer Messung.

In den Kapiteln 5, 6 und 7 werden die Grundlagen des Oszillographen dargebracht die wichtigsten Oszillographentypen jüngstes Erzeugnis (gewöhnliche, mit mehreren Memoriumfaszikeln, mit Abtastung) und einige maßgebendere Anwendungen dieser in der Meßtechnik. Eine besondere Aufmerksamkeit wird den Arbeitsbedingungen und der Photographierungstechnik der Oszillogramme geschenkt.

Für den Unterricht geschrieben, ist das Buch vorteilhaft auch für die Elektronik- und Elektrotechnikingenieure, die sowohl auf dem Forschungsgebiet als auch in der Industrie arbeiten.

M. Antoniu

CATELIN H. et JOUBERT P., *Mesures d'électronique.* T. 1. *Circuits à régime variable.* Editions Eyrolles, 1973, 135 pp., 119 fig.

Le livre ressemble, à première vue, plutôt à un guide de laboratoire qu'à un cours universitaire. Un examen plus attentif nous prouve pourtant qu'il s'agit d'un manuel destiné à l'enseignement supérieur électronique, un manuel moderne, fortement lié à la pratique de laboratoire et d'usine. Bein qu'il soit conçu comme continuation d'un cours de circuits électroniques (F r a n c i s M i l s a n t, *Cours d'électronique.* T. I, *Circuits à régime variable*, Paris, Eyrolles, 1971) l'ouvrage a sa valeur intrinsèque, indépendante.

Une particularité de cet ouvrage, qui le différencie par rapport aux manuels classiques, consiste dans le fait que les auteurs réduisent la partie théorique au minimum nécessaire pour faire place à des indications pratiques précieuses concernant l'utilisation des appareils et des méthodes présentées. Une attention particulière est accordée au choix des appareils et des méthodes, en vue d'obtenir de meilleurs résultat ainsi qu'à l'analyse des erreurs, illustrées par des exemples numériques destinés à informer le lecteur sur les performances et les limites de ceux-ci. On observe très clairement, dans le livre, la substitution du but informatif par le but formatif—tendance caractéristique de la didactique moderne.

Quant à la structure du livre, celui-ci est divisé en 8 chapitres qui peuvent être groupés en deux parties. Dans la première partie (les chapitres 1 à 4) on présente certains appareils d'usage courant en électronique (peut-être un trop petit nombre : multimètres, ohmmètres, oscilloscopes), ainsi que les méthodes générales d'utilisation de ceux-ci dans le but d'obtenir les meilleurs résultats. Dans la deuxième partie (les chapitres 5 à 8) on décrit quelques méthodes utilisées pour la mesure des paramètres de certains circuits électroniques, en régime stationaire et en régime variable, en accordant une attention spéciale à la technique oscillographique.

L'ouvrage aurait gagné plus d'intéret si, à côté des appareils à aiguille indicatrice, on auraît présenté aussi des appareils numériques (voltmètres, fréquencemètres), qui pénètrent rapidement dans la technique moderne des mesures électriques et électroniques. De même il était nécessaire d'y ajouter aussi une bibliographie à jour.

Néanmoins, le livre présenté peut être avantageusement consulté non seulement par les étudiants, mai aussi par les ingénieurs (électronistes ou non), puisqu'il apporte quelques détails utiles concernant la technique de l'utilisation de certains appareils et méthodes de mesure, détails qu'on ne trouve pas ni dans les manuels ni dans les prospectes des usines constructrices et qui représentant le résultat de l'expérience personelle des auteurs.

M. Antoniu

CHALANDE R. et collab., *Mesure et élimination de l'électricité statique nuisible.* Editions Eyrolles, Editions Gauthier-Villars, Paris, 1973, 216 pp., 88 fig.

Le problème de la mesure et de l'élimination de l'électricité statique qui se produit dans les processus technologiques a pris une importance particulière au dernier temps surtout dans les secteurs qui utilisent ou qui mettent en oeuvre les matières plastiques, les fibres synthétiques, le soufre ou les hydrocarbures, à cause des graves accidents (explosions, incendies) qu'elle peut provoquer et aussi des difficultés technologiques qu'elle crée à chaque instant. On a consacré à ce problème bien des symposium et des colloques internationaux et la littérature de specialité comprend bien de travaux à ce sujet, mais aucun d'eux ne semble plus proche de la realité industrielle que l'ouvrage que nous nous sommes proposé à présenter.

Le livre, écrit par un collectif de spécialistes compétents et bien connus, travaillant dans l'industrie ou dans la recherche, se propose d'informer le lecteur (technicien, ingénieur, etc.) sur les causes et les situations principales où peut apparaître l'électricité statique dans l'industrie, sur les moyens de détection, de mesure et d'élimination ainsi que sur les moyens de prévenir les accidents dus à cette cause.

C'est ainsi qu'au premier chapitre (43 pp.), écrit par P h i l i p H e n r y (spécialiste anglais en électrostatique et l'industrie du cotton), on présente de nombreuses situations et de processus technologiques où peut apparaître l'électricité statique, les effets nuisibles de celle-ci, des méthodes et des moyens de détection et d'élimination (en mettant l'accent sur l'élimination par l'ionisation de l'air ambiant) ainsi que des méthodes et des moyens de prévenir cette électricité dans certains processus technologiques.

On retient de ce chapitre l'idée importante selon la quelle l'élimination de l'électricité statique dans un processus technologique est toujours un problème particulier, valable, en général, uniquement pour le cas respectif et, par suite, avant d'opter pour un certain type d'éliminateur (à ionisation, à induction, etc.) il faut étudier les particularités du processus respectif, puisqu'un éliminateur, même s'il est parfait dans certaines conditions, peut avoir des performances plus faibles dans d'autres conditions, performances inférieures même à un simple montage peu coûteux mais bien adopté à la situation respective.

Au 2-ème chapitre (45 pp.), signé par René Imbert (spécialiste en électrostatique et industrie des matières plastiques), on décrit les méthodes et les appareils principaux utilisés pour la détection et la mesure de la charge électrique dans les processus industriels, en accordant une attention spéciale aux appareils électroniques à tubes et à transistors, ainsi qu'aux précautions qu'il faut prendre sourtout lors de la détection de cette charge.

Au 3-ème chapitre (31 pp.), réalisé par Hélène Bertein (spécialiste en électrostatique et industrie électrotechnique), on présente les conclusions d'une étude sur les possibilités d'élimination spontanée et provoquée de l'électricité statique de la surface des électroisolants solides, cause de beaucoup de déréglages et d'accidents pendant l'exploitation des machines est des appareils électriques à isolation basée sur les résines synthétiques.

Au 4-ème chapitre (65 pp.), écrit par Richard Hours (chercheur de Saclay dans le domaine de l'énergie atomique), on décrit les types principaux de ionisateurs radioactifs récemment parus et on donne des indications précieuses sur l'utilisation de ces appareils en soulignant sourtout les précautions qu'il faut prendre pour protéger l'opérateur et pour éviter la contamination radioactive du milieu.

Au 5-ème chapitre (16 pp.) rédigé par Robert Lamouche (spécialiste en électrostatique appliquée à l'industrie aéronautique et aux hydrocarbures), on présente les causes principales de l'apparition de l'électricité statique dans l'industrie des hydrocarbures, se rapportant sourtout à celles destinées aux moteurs d'avion, les accidents qu'elle provoque, ainsi que certains moyens de les prévenir.

Au 6-ème chapitre, écrit par R. Chalande (rédacteur coordonnateur du livre, chef du Laboratoire d'électrostatique du C.N.R.S., Grenoble), on présente quelques problèmes généraux d'électrostatique et différentes constantes de matériel interéssant ce domaine.

Le livre que nous venons de présenter ne peut pas être considéré comme un traité ou un manuel didactique, il a comme but principal de fournir des indications facilement utilisables par ceux qui travaillent dans les diverses branches de l'industrie où apparaît l'électricité statique, indications résultant de l'expérience des auteurs.

Cette particularité du livre en discussion nous permet d'affirmer qu'il suscitera un ntérêt particulier parmi ceux qui travaillent dans diverses branches industrielles et de recherche de notre pays.

M. Antoniu

MERZ L., *Grundkurs der Messtechnik.* Teil I. *Das Messen elektrischer Größen.* R. Oldenbourg Verlag, München—Wien, 1974, 216 S., 146 Abb., 20 Tafeln.

Das Buch stellt den ersten Teil eines modernen Lehrbuches für das elektrische Messen dar, welches als Studiumgrundlage der Studenten von der Technischen Universität München dient.

Das Erscheinen der vierten Auflage nach so kurzen Zeitabschnit beweist das Interesse das sowohl die Studenten als auch die Spezialisten in der Industrie diesem wertvollem Werk widmen.

Der Verfasser, Dr. - Ing. Ludwig Merz, Professor an der Technischen Universität München und Direktor am Institut für Meß- und Regelungstechnik, im Rahmen der gleichen Universität, erfasst in diesem Buch, die ganze Reihe elektrischer Meßmethoden und Meßmittel der elektrischen Größen. Die wissentschaftliche Darstellungsweise, deutlich und kurzgefasst, erlaubt eine große Kenntnissanneigung bei kleiner Anstrengung von Seiten des Lesers, weil die Begründung des Inhalts nur des Kennen grundliegender Begriffe aus dem elektrotechnischen Gebiet, benötigt. Die Beziehungen analytischer Berechnungen sind aufs notwendigste Minimum reduziert, welches das Lesen des Buches erleichtert ohne sein hoches Darstellungsniveau zu beeinflußen.

Dieser Teil enthält sieben Kapitel aus welchen in den ersten vier allgemeine Problemen der Meßtechnik : Meßgrößen und Einheiten, Meßfehler, Einteilung und Arbeitsprinzipen

elektrischer Meßgeräte und Meßormale, behandelt. Im fünften Kapitel sind die klassischen Meßgeräte untersucht und Einzelheiten über deren Bauelemente, Arbeitsweise, Empfindlichkeit und Gütefaktor sind gegeben. Der sechste Kapitel befasst sich mit Meßbrücken und Kompensatoren für Gleichstrom, aus welchen eine besondere Aufmerksamkeit ist denen mit automatischen Abgleich gewidmet. In diesem Kapitel wird eine Analyse der elektronischen Meßverstärker, die in diesen Geräten enthalten sind, durchgeführt. Außerdem werden verschiedene Wandler, Analog—Digitale Wandler und Digital—Analoge-Wandler, beschrieben. Endlich, im siebenten Kapitel sind Grundzüge der Wechselstrommeßtechnik behandelt. Es sind hier verschiedene Meßgeräte für Wechselspannungen und Wechselströme, mechanische Schreiber und Oszillografe, Geräte und Methoden für Messung des Leistungsfaktors, Kompensatoren und Wechselmeßbrücken, Meßwandler, untersucht.

D. Bărbulescu

MERZ L., *Grundkurs der Messtechnik*. Teil II. *Das elektrische Messen nichtelektrischer Größen*. R. Oldenbourg Verlag, München—Wien, 1973, 307 S.

Das Buch stellt die dritte neubearbeitete und erweiterte Auflage des zweiten Teils des Grundkursus für elektrische Messungen, den Prof. Dr. - Ing. Ludwig Merz bei der Technischen Universität München hält. Der Verfasser erfasst in diesem Buch fast die ganze Reihe elektrischer Meßmethoden und Meßmittel, der wichtigsten nichtelektrischen Größen. Die Meßtechnik auf elektrischer Weise der nichtelektrischen Größen kennzeichnet sich einerseits durch Vielfaltigkeit, Manigfaltigkeit und Komplexität der Meßverfahren und Mittel und anderseits durch seine ständige Entwicklung. Es ist bemerkenswert, daß durch die Vielzahl der gebrauchten Mittel und Verfahren, der Verfasser eben die modernen Lösungen erfasst und dargebracht hat, die auch in Zukunft Bestand haben werden. Während der Verfasser auf Einzelheiten verzichtet, bemüht er sich in diesem Band die wichtigsten vorgeschrittenen Meßmittel und Meßverfahren darzubringen, charakteristisch für die Regelungstechnik der modernen Industrie.

Geschrieben in gleicher Art wie der erste Band, enthält der zweite Band drei Teile. Im ersten Teil werden die wichtigsten Grundprobleme über die Meßtechnik des elektrischen Messens nichtelektrischer Größen behandelt. Im zweiten Teil werden die Meßfähler für mechanische Größen, Temperaturen, ionisierende Strahlungen beschrieben und analysiert. Es wird die nötige Aufmerksamkeit der Meßfähler für Apparate für automatische Analyse gezeigt. Der letzte Teil ist dem Studium für Meßumformer in der industriellen Meßtechnik gewidmet.

Der Erfolg dieses Buches ist auch der langwieriger Tätigkeit des Verfassers am Lehrstuhl der Technischen Universität München zu verdanken, sowie auch der gesammelten Erfahrung in den mehr als 30 Jahren langen Ingenieurtätigkeit in der Industrie.

Durch sein hoches Darstellungsniveau, reich an Inhalt, anziehend durch seine Form und sorgfältig dargestellt, bildet dieses Buch ein wichtiges Lehrinformation und Unterreichtsmittel, sowohl für Studenten, als auch für den praktizierenden Ingenieuren.

D. Bărbulescu

MAGNUS K., *Schwingungen*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1969, 251 S., 197 Abb.

Das in sechs Kapitel eingeteiltes Werk ist eine Einführung in die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen. Gegenüber anderen Bücher mit ähnlicher Zielsetzung wurden gewisse Schwerpunktverschiebungen vorgenommen. Leitender Grundgedank ist eine Einteilung der Schwingungstypen nach den Mechanismus ihrer Entstehung. Neben den autonomen Eigenschwingungen und selbsterregten Schwingungen wurden die heterenomen parametererregten und erzwungenen Schwingungen behandelt. In beide Bereiche sind abschließend Koppelschwingungen dargestellt worden. Auf diese Weise ist der Übergang zu Systemen mit mehreren Freiheitsgraden und zum schwingenden Kontinuum angedeutet.

Die wesentlichen Grundgedanken ohne die eine Schwingungslehre nicht auskommen kann wurden herausgearbeitet. Auf eine Verbindung anschaulich — physikalischer Überlegungen mit den formal mathematischen Berechnungen ist besonders Wert gelegt worden.

Der Verfasser hat nicht nur die mechanische Schwingungen behandelt, sondern, wo es möglich war, auch Querverbindungen aufgezeigt. So wurde insbesondere auf die enge Verwandschaft zwischen der Schwingungslehre und der Regelungstechnik hingewiesen.

Der Charakter des Werkes als Lehrbuch ist durch Aufgaben, die jeden Kapitel beigegeben wurden, unterschtrichen.

N. Zitron

Nr. coli tipar 6,25

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași str. Vasile Alecsandri nr. 6
sub comanda nr. 47
Republica Socialistă România

1976 JUN 2 2

40822

F 1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 3–4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1975

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ES DOKUMENTÁCIÓS SZOLGÁLAT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 3–4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1975

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXI (XXV), fasc. 3—4 1975

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

Pag.

GH. SAVIN, NORVERT ZITRON şi ILIE POPESCU, Fenomene de salt exclusiv pe armonice ale răspunsului de regim forţat, în circuite neliniare descrise prin ecuaţii diferenţiate de tip Duffing (germ., rez. rom.) 7

NORBERT ZITRON şi DANA BALAN, Contribuţii la analiza funcţionării bobinei neliniare comandate longitudinal în regim de magnetizare forţată (germ., rez. rom.) 15

CAMELIA ANDRONE, Modulatoare magnetice de amplitudine cu bobine neliniare polarizate în curent continuu (germ., rez. rom.) 25

M. ANTONIU, Unele consideraţii asupra megohmmetrului românesc de 500/1 000 V (rom., rez. franc.) 33

ADRIAN CREŢU, Cu privire la reglajul duratei de comutare a aparatelor electronice de măsură sensibile la fază (rom., rez. franc.) 39

NONEL THIRER, IOSIF BERGMAN şi ADRIANA PRISĂCARU, Cu privire la posibilitatea folosirii calculatorului FELIX C-256 la analiza funcţionării motoarelor asincrone de acţionare a războaielor de ţesut (germ., rez. rom.) 47

EMIL TEODORU, AL. SIMION şi SILVIU HARGHEL, Consideraţii asupra funcţionării motorului asincron monofazat în regim de dublă alimentare (germ., rez. rom.) 55

MIRCEA DIACONESCU, Instalaţie pentru modelarea fizică a regimurilor de funcţionare a sistemelor de acţionare electrică (germ., rez. rom.) 61

VALERIU MUNTEANU şi N. ALEXANDRU, Sinteza sistemelor liniare automate cu parametri variabili în timp (I) (engl., rez. rom.) 69

EUGEN HNATIUC, Asupra funcţionării electromagnetului de curent alternativ monofazat în regim de vibraţie a armăturii mobile (engl., rez. rom.) 75

M. VOICU, Asupra ipotezelor de calcul a filtrelor rezonante pentru compensarea regimului deformant din reţelele electrice industriale (germ., rez. rom.) 83

CORNELIU HUŢANU, Evidenţierea hazardului static în circuitele logice combinaţionale sintetizate prin metoda simbolică (rom., rez. franc.) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXI (XXV), Fasc. 3–4 1975

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und ILIE POPESCU, Sprungerscheinungen ausschließlich auf den Harmonischen des Antwortssignals im gezwungenen Vorgang der von Duffingschen Differentialgleichungen beschriebenen nichtlinearen Kreisen (German, Romanian summary) 7

NORBERT ZITRON und DANA BALAN, Beiträge zur Arbeitsweiseuntersuchung der nichtlinearen longitudinal - gesteuerten Spule im gezwungenen Magnetisierungsvorgang (German, Romanian summary) 15

CAMELIA ANDRONE, Amplitudenmodulatoren mit Gleichstrom vormagnetisierten nichtlinearen Spulen (German, Romanian summary) 25

M. ANTONIU, Quelques considérations concernant le megohmmètre roumain de 500/1 000 V (Romanian, French summary) 33

ADRIAN CREŢU, Considérations concernant le réglage de la durée de commutation des instruments électroniques de mesure sensibles à la phase (Romanian, French summary) 39

NONEL THIRER, IOSIF BERGMAN und ADRIANA PRISĂCARU, Über die Benützungsmöglichkeit des Digitalrechners FELIX C-256 zur Analyse des Betriebs der Asynchronmotoren die Webstuhle antreiben (German, Romanian summary) 47

EMIL TEODORU, AL. SIMION und SILVIU HARGHEL, Betrachtungen über den Betrieb des doppelgespeisten Einphasen Asynchronmotors (German, Romanian summary) 55

MIRCEA DIACONESCU, Einrichtung zur physikalischen Modellierung von Betriebsarten elektrischer Antriebsysteme (German, Romanian summary) 61

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU, The Synthesis of Automatic Linear Systems with Time - varying Parameters (I) (English, Romanian summary) 69

EUGEN HNATIUC, About the Working Condition of the Monophasic Electromagnet with Alternative Current, in Vibration State of Mobile Armature (English, Romanian summary) 75

M. VOICU, Über die Entwurfsvoraussetzungen der für die Dämpfung des Verzerungsbetriebes von industriellen elektrischen Netzwerken bestimmten Resonanzfilter (German, Romanian summary) 83

CORNELIU HUŢANU, Sur la détermination de l'aléa statique dans les circuits logiques combinatoires synthétisés par la méthode symbolique (Romanian, French summary) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXI (XXV), Вып. 3—4 1975

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Г. САВИН, НОРБЕРТ ЦИТРОН и ИЛИЕ ПОПЕСКУ, Явление скачках на армониках ответа вынужденного режима в нелинейных цепях описываемые дифференциальнами уравненями типа Дюффинга (нем., рез. рум.) 7

НОРБЕРТ ЦИТРОН и ДАНА БАЛАН, Вклады к анализу работы нелинейной катушки управляемой продольным полем в режиме вынужденной магнетизацием (нем., рез. рум.). 15

КАМЕЛИЯ АНДРОНЕ, Амплитудные магнитные модуляторы с нелинейными управляемыми катушками (нем., рез. рум.) 25

М. АНТОНИУ, Некоторые соображения о румынском мегомметре 500/1 000 *в* (рум., рез. франц.) 33

АДРИЯН КРЕЦУ, О регугирования времени комутации фазочуствительных электронных измерительных приборов (рум., рез. франц.) 39

НОНЕЛ ТИРЕР, ЙОСИФ БЕРГМАН и АДРИЯНА ПРИСЭКАРУ, Употребление вычислительной машины FELIX C-256 для анализа режимов работы асинхронных двигателей для привода скацких станков (нем., рез. рум.) 47

ЗМИЛ ТЕОДОРУ, АЛ. СИМИОН и СИЛВИУ ХАРГЕЛ, О работе однофазного асинхронного двигателя в режиме двойного питания (нем., рез. рум.) 55

МИРЧА ДЯКОНЕСКУ, Устройство для физического моделирования переходных режимах действия систем электропривода (нем., рез. рум.) 61

ВАЛЕРИУ МУНТЯНУ и Н. АЛЕКСАНДРУ, Синтез линейных автоматических систем с переменными параметрами (I) (англ., рез. рум) . . 69

ЭУДЖЕН ХНАТЮК, О действие однофазного электромагнита переменного тока в вибрацйонном режиме якоря (англ.,рез. рум) . . . 75

М. ВОЙКУ, В связи с расчетными гипотезами резонансных филтров для компенсации деформируещего режима в промышленных электросетях (нем., рез. рум.) 83

КОРНЕЛЮ ХУЦАНУ Об установление статической случайности в логических комбинационных схем синтетизированых при помощи симболической методы (рум., рез. франц.) 91

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.3.012

SPRUNGERSCHEINUNGEN AUSSCHLIEßLICH AUF DEN HARMONISCHEN DES ANTWORTSSIGNALS IM GEZWUNGENEN VORGANG DER VON DUFFINGSCHEN DIFFERENTIAL GLEICHUNGEN BESCHRIEBENEN NICHTLINEAREN KREISEN

VON

GH. SAVIN, NORBERT ZITRON und ILIE POPESCU

1. Allgemeines

Die nichtlineare Schwingungen in Kreisen die ein nichtlineares konservatives Element (Spule oder Kondensator) enthalten, können, am einfachsten, durch die Differentialgleichung zweitens Ordnung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\alpha\frac{dy}{dt} + \omega_r^2 y \pm hy^3 = k\cos(\omega t + \gamma) \tag{1}$$

beschrieben werden, die als D u f f i n gsche Gleichung bekannt ist. Der einzige nichtlineare Term (hy^3) der Gleichung (1) zeigt, daß die adoptierte Annäherungsfunktion für das nichtlineare Element ein unvollständiges Polynom drittes Grades ist. Der Zeichen $\pm$ vor dem nichtlinearen Term hängt von der Tatsache ob die Kennlinie des nichtlinearen konservativen Element konvex oder konkav im Ursprung ist, ab. So, die Kennlinie der nichtlinearen nichtgesteuerten Spule ist im Ursprung konkav, während bei der Steuerungsanwesenheit sie konvex wird.

Um auch die Harmonischen von höheren Ordnung als drei betrachten zu können ist es notwendig die Kennlinie durch ein ungerades Polynom mit einem höheren Grad als drei zu approximieren. In Folgenden werden die Harmonischen nur bis zum Ordnung drei untersucht, die Schlußfolgerungen seiend auch für die höheren Harmonischen gültig.

Die analytischen annäherenden Verfahren die für die Integrierung der Gleichung (1) verwendet werden stützen sich in erster Näherung, auf die Trennung der Gliedern d^2y/dt^2 und $\omega_r^2 y$ von den anderen; der Kreis wird als linear und verlustlos betrachtet und von der Gleichung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_r^2 y = k\cos\omega t \tag{2}$$

beschrieben.

Im Falle der Nichtresonanz, wann $\omega \neq \omega_r$, ist die allgemeine Lösung der Gleichung (2) von der Form:

$$y(t) = A\cos(\omega_r t + \delta) + \frac{k}{\omega_r^2 - \omega^2}\cos\omega t, \tag{3}$$

wobei sich verschieden die Lösung im freien Vorgang, $y_l(t) = A\cos(\omega_r t + \delta)$, von der im gezwungenen Vorgang, $y_f(t) = \frac{k}{\omega_r^2 - \omega^2}\cos\omega t$, herausheben.

Im Resonanzfall, wann $\omega = \omega_r$, ist die allgemeine Lösung der Gleichung (2) von der Form :

$$y(t) = A\cos(\omega_r t + \delta) + \frac{k}{2\omega_r} t \sin \omega_r t \tag{4}$$

und enthält ein Resonanzterm der auch als „sekulär Term" genannt wird und dessen Amplitude proportional mit der Zeit wächst. Gleichfalls einfassen sich im Resonanzfall auch die Fälle wenn die Lösung für den freien Vorgang eine Harmonische oder Unterharmonische der Lösung für den gezwungenen Vorgang ist. Um zwischen den Resonanzlösungen zu unterscheiden wird der Fall $\omega = \omega_r$ als „Fall der grundsätzlichen Resonanz" genannt.

Diese Resonanzharmonischen und - unterharmonischen können sich eine unendliche Zeit erhalten in nichtlinearen Kreisen die von D u f f i n gschen Gleichungen beschrieben werden durch ein Übertragungsmechanismus der Energie, das für das erste Mal von H e e g n e r [1] erklärt wurde.

Eine wichtige Eigenschaft der Kreisen die von Gleichungen vom Typ (1) beschrieben sind bildet die Möglichkeit der sprunghaftigen Änderung des Antwortssignals bei der stätigen Änderung der Frequenz oder des Höchstwerts des Erregungssignals. Aus der harmonischen Analyse des Antwortssignals bemerkte H a y a s h i [2], daß die sprunghaftige Änderung haupsätzlich das grundliegende Signal beeinflußt und daß es können gleichzeitig auch sprunghaftige Änderungen von kleinerer Bedeutung für die Harmonischen erscheinen.

In vorliegender Arbeit wird, wir glauben für das erste Mal, auf Ferroresonanzsprünge die haupsätzlich auf eine Harmonische des grundliegenden Signals erscheinen, hingewiesen.

Um diese neue Erscheinung hervorzuheben betrachteten wir zwei Arten von Resonanzharmonischen von der selben Ordnung : Harmonischen deren Amplitude sich sprunghaftig ändert und die bei kleiner Kernsättigung der nichtlinearen Spule erscheinen und Harmonischen die sich nach ein ähnliches Mechanismus wie das der Erregung der parametrischen Resonanzschwingungen erregen und die für große Sättigungen des ferromagnetischen Kernes erscheinen.

Die Nichtlinearitätsharmonischen, welche Komponente von kleiner Amplitude des Antwortssignals im nichtresonanten Fall sind, wurden nicht in der Arbeit untersucht.

2. Resonanzharmonischen deren Amplitude sich sprunghaftig ändert

Der verwendete Kreis (Abb. 1) ermöglicht eine Gleichung vom Typ (1) in welcher das Antwortssignal das magnetische Fluß ist, zu schreiben.

Der erste K i r c h h o f f sche Satz ergibt für den Kreis aus Abb. 1 die Gleichung :

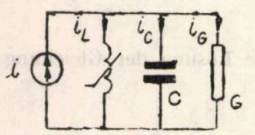


Abb. 1

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{G}{C}\cdot\frac{d\psi}{dt} + \frac{1}{C} i_L(\psi) = \frac{I_m}{C}\sin \omega t. \tag{5}$$

Die Kennlinie $i_L(\psi)$ wird durch das Polynom

$$i_L(\psi) = a_1\psi - a_3\psi^3 \tag{6}$$

angenähert, weil für die Erlangung des resonanten Sprunges auf der dritten Harmonischen ist es notwendig eine nichtlineare Spule derer Kennlinie konvex ist zu verwenden (Abb. 2). Eine solche Kennlinie erhält man

mit Hilfe einer nichtlinearen gesteuerten Spule mit zwei Kernen im gezwungenen Magnetisierungsvorgang [3]. Im Falle, daß die Fluß — Strom Kennlinie konkav ist (die mit unterbrochenen Linie in Abb. 2 gezeichnete Kennlinie) wird der resonante Sprung auf der dritten Harmonischen gleichzeitig mit dem resonanten Sprung auf der grundliegenden Harmonischen stattfinden und deshalb kann er nur durch harmonische Analyse herausgehoben werden.

Weil in der vereinfachten Analyse einige Lösungsglieder vernachläßigt werden wird die Gleichung (5) normiert. Setzt man:

$$\omega_r^2 = \frac{a_1}{c}, \quad \frac{G}{\omega_r C} = 2\alpha, \quad \nu = \frac{\omega}{\omega_r}, \quad k = \frac{I_m}{I_0}, \quad \tau = \omega_r t, \quad y = \frac{a_1 \psi}{I_0}, \quad h = I_0^2 \frac{a_1}{a_3},$$

so ergibt sich:

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + 2\alpha \frac{dy}{d\tau} + y - hy^3 = k \cos \nu\tau. \tag{7}$$

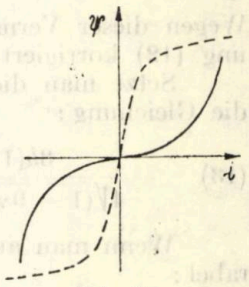


Abb. 2

Für die angenäherte Analyse der Gleichung (7) im stationären Vorgang wird die Lösung von der Form:

$$y = y_1 \cos \nu\tau + y_3 \cos (3\nu\tau + \varphi_3) \tag{8}$$

betrachtet.

Durch Vernachläßigung der grundliegenden Antwortsharmonischen erleichtert sich beträchtlich die Problemlösung. Die Annäherung führt nicht zu große Fehler wenn der Dämpfungsterm keine wesentliche Bedeutung in der Gleichung (7) hat.

Setzt man den Ausdruck (8) in (7) ein so ergibt sich:

$$\begin{cases} (1 - \nu^2) y_1 - \frac{3}{4} h(y_1^3 + 2y_1 y_3^2 + y_1^2 y_3 \cos \varphi_3) = k, \\ -2\alpha\nu y_1 + \frac{3}{4} h y_1^2 y_3 \sin \varphi_3 = 0, \\ (1 - 9\nu^2) y_3 \cos \varphi_3 - 6\alpha\nu y_3 \sin \varphi_3 - h\left[\frac{1}{4} y_1^3 + \frac{3}{4}(y_3^3 + 2y_1^2 y_3) \cos \varphi_3\right] = 0, \\ -(1 - 9\nu^2) y_3 \sin \varphi_3 - 6\alpha\nu y_3 \cos \varphi_3 + \frac{3}{4} h(y_3^3 + 2y_1^2 y_3) \sin \varphi_3 = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Im System (9) sind das Koeffizient h und die Amplitude y_1 (für $I_m < I_0$) genug klein, sodaß wenn man die Terms die hy_1 als Faktor haben vernachläßigt, dann erhält man aus (9_1):

$$y_1 \approx \frac{k}{1 - \nu^2}. \tag{10}$$

Aus (9_2), wenn man (10) berücksichtigt, folgt:

$$\frac{3}{2} h y_1^2 y_3 = 4\nu\alpha \frac{k}{1-\nu^2}. \tag{11}$$

In (9_3) wird gleichfalls der Term in h vernachläßigt und man bestimmt:

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{1-9\nu^2}{6\nu\alpha}. \tag{12}$$

Im Klammerausdruck der h multipliziert wurde auch der Term $\frac{3}{4} h y_3^3 \cos \varphi_3$, der ein viel größerer Wert als die andere hat, vernachläßigt. Wegen dieser Vernachläßigung wird in der zweiten Näherung die Gleichung (12) korrigiert.

Setzt man die Gleichungen (11) und (12) in (9_1) ein dann ergibt sich die Gleichung:

$$-\frac{3h(1-9\nu^2)}{4\sqrt{(1-9\nu^2)^2+36\nu^2\alpha^2}} y_3^3 + \sqrt{(1-9\nu^2)^2+36\nu^2\alpha^2}\, y_3 = \frac{4\nu\alpha}{1-\nu^2} k. \tag{13}$$

Wenn man auf der selben graphischen Darstellung die kubische Parabel:

$$v_1 = \frac{3h(1-9\nu^2)}{4\sqrt{(1-9\nu^2)^2+36\nu^2\alpha^2}} y_3^3 \tag{14}$$

und die Gerade:

$$v_2 = \sqrt{(1-9\nu^2)^2+36\nu^2\alpha^2}\, y_3 - \frac{4\nu\alpha}{1-\nu^2} k, \tag{15}$$

zeichnet, dann folgt, daß es Ferroresonanzsprünge auf der dritten Harmonischen, y_3, bei der Änderung des Erregungssignals k, wenn die Bedingung $\nu < 1/3$, $(\omega_r < 3\omega)$, erfüllt ist, erscheinen können (Abb. 3, Kurve a).

Aus den erfahrungsmäßigen Versuchen wurden die Werte:

$$a_1 \approx 1{,}05, \quad a_3 \approx 1{,}95.10^2, \quad C = 10^{-6}\,\mathrm{F}, \quad G = 10^{-4}\,\mathrm{S}, \quad I_0 = 3.10^{-2}\,\mathrm{A} \tag{16}$$

gewählt.

Es folgen aus (4) die numerischen Werte:

$$k=0{,}17, \quad h=0{,}152, \quad \omega_r = 1\,030\,\mathrm{s}^{-1} > 3\omega = 942\,\mathrm{s}^{-1}, \quad \nu = 0{,}305, \quad 2\alpha \approx 0{,}1 \tag{17}$$

Die Grundharmonische des Antwortssignals, y_1, und die Phase φ_3 bekommen die Werte:

$$y_1 = \frac{k}{1-\nu^2} = 0{,}188, \qquad \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{1-9\nu^2}{6\alpha\nu} = 1{,}78 \text{ und zwar } \varphi_3 = 60°30'.$$

Im zweiten Schritt wird ein verbesserter Ausdruck verwendet durch Benützung anstatt von den Gleichungen (12) und (13) die Gleichungen:

$$\text{(18)} \qquad \operatorname{tg}\varphi_3 = \frac{1 - 9\nu^2 - \frac{3}{4}hy_3^2}{6\nu\alpha} = \frac{A}{B},$$

$$\text{(19)} \qquad -\frac{3h}{4}\cdot\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}y_3^3 + \sqrt{A^2+B^2}\,y_3 = \frac{4\nu\alpha}{1-\nu^2}k.$$

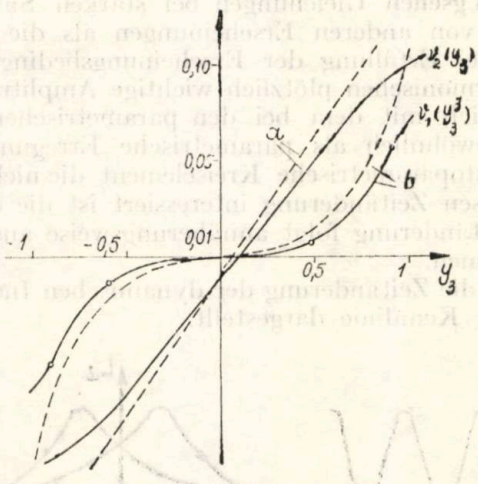


Abb. 3

In der Tabelle 1 sind die Werte von A in Abhängigkeit von y_3 mit deren Hilfe man, in Abb. 3, die Kennlinie die der Gleichung (19) entschpricht darstellen konnte, gezeichnet.

Tabelle 1

y_3	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
A	0,162	0,159	0,154	0,147	0,138	0,127	0,114	0,99	0,82	0,63

Das theoretische vorgeschlagene Verfahren für die Untersuchung der dritten Harmonischen im resonanten Vorgang kann man für irgendwelche ungerade Harmonischen erweitern mit der Bedingung ein Annäherungspolynom mit ungeraden Terms von entschprechender Ordnung zu verwenden.

Wie man zeigte arbeitet die nichtlineare gesteuerte Spule im gezwungenen Vorgang. Erfahrungsmäßig erlangte man auch langsame Schwingungen auf den Harmonischen im selben Kennliniensgebiet wenn die nichtlineare gesteuerte Spule im freien Magnetisierungsvorgang arbeitet.

3. Resonanzharmonischen die nach dem Ferroresonanzsprung erscheinen (die nichtlineare Spule ist stark gesättigt)

Die Resonanzen auf den Harmonischen, die in nichtlinearen Kreisen die von D u f f i n gschen Gleichungen bei starken Sättigungen beschrieben werden, sind von anderen Erscheinungen als die oben gezeigten begleitet. Nämlich bei Erfüllung der Erscheinungsbedingung der Resonanz bekommen die Harmonischen plötzlich wichtige Amplituden durch ein Mechanismus der gleich mit dem bei den parametrischen Kreisen beschriebenen und der gewöhnlich als parametrische Erregung bekannt ist [3].

Wenn das autoparametrische Kreiselement die nichtlineare Spule ist, der Parameter dessen Zeitänderung interessiert ist die dynamische Induktivität. Dessen Zeitänderung folgt annäherungsweise aus den weiter unten gezeigten Diagrammen.

In Abb. 4 ist die Zeitänderung der dynamischen Induktivität im Falle der hysteresisfreien Kennlinie dargestellt.

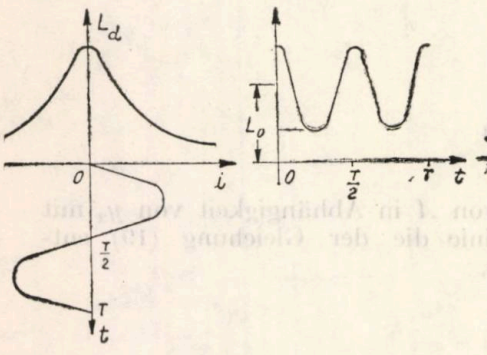


Abb. 4

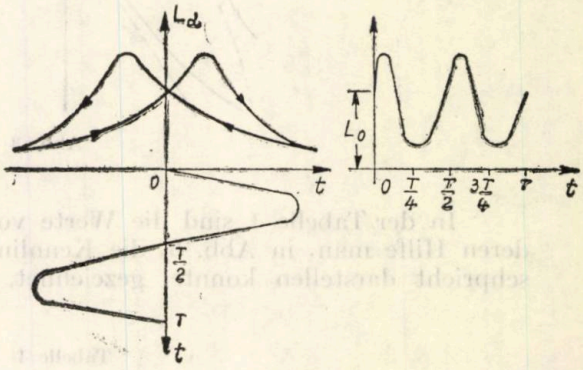


Abb. 5

Abb. 5 zeigt die Zeitänderung der dynamischen Induktivität wenn man die Kennlinie mit Hysteresis betrachtet. In beiden Fällen ist die Erregung der sinusförmige Strom. Wie aus den Darstellungen $L_d(t)$ folgt ist die Zeitfunktion der dynamischen Induktivität periodisch. Wenn man nur den grundliegenden Term zurückhält muß im zweiten Fall die Anfangsphase γ_L, die verschieden von 0 oder π ist, eingeführt werden.

Die Untersuchung der Resonanzerscheinung auf den Harmonischen, bei starker Sättigung, erfolgt mit Hilfe der Schaltung aus Abb. 6 für welche man die Differentialgleichung mit dem K i r c h h o f fschen Stromsatzes erlangt :

$$i_L + C\frac{du}{dt} + Gu = I_m \sin(\omega t + \gamma_i). \tag{20}$$

Setzt man $u = \frac{d}{dt}[L(t)\, i(t)]$, $L(t) = L_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma_L)]$ ein und weil der Modulationsgrad $m \ll 1$ ist, folgt:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}[L(t)\, i(t)] \approx L_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma_L)]\frac{di}{dt}, \\ \frac{d^2}{dt^2}[L(t)\, i(t)] \approx L_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma_L)]\frac{d^2 i}{dt^2}, \end{cases} \tag{21}$$

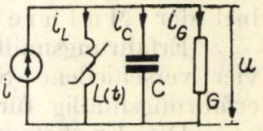


Abb. 6

sodaß die Differentialgleichung (20) von der Form:

$$CL_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma_L)]\frac{d^2 i}{dt^2} + GL_0[1 + m\cos(\Omega t + \gamma_L)]\frac{di}{dt} + \\ + i_L = I_m \sin(\omega t + \gamma_L) \tag{22}$$

wird.

Weil die Gleichung (22) linear mit zeitabhängigen Koeffizienten ist hat sie eine Lösung die aus der Summe zwischen der Lösung der homogenen Gleichung (für den freien Vorgang) und der Lösung im gezwungenen Vorgang besteht.

Die Lösung im gezwungenen Vorgang ist bekannt [3] und hat die Form:

$$i_f = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_{km} \sin[(\omega + k\Omega)t + \gamma_{ik}]. \tag{23}$$

Was die Resonanz auf den Harmonischen betrifft interessiert nur die Lösung im freien Vorgang. Falls man die homogene Gleichung unter der Form:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{G}{C}\cdot\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{L_0 C}[1 - m\cos(\Omega t + \gamma_L)]\, i_L = 0 \tag{24}$$

schreibt und $i_L = ye^{-\alpha t}$ mit $2\alpha = G/C$ einsetzt erlangt man eine Mathieusche Gleichung die gut in der Literatur untersucht ist.

Wie es bekannt ist erlangt man die erste nichtstabile Lösung der Mathieuschen Gleichung wenn $\omega_r = \Omega/2$. Aus der graphischen Darstellungen aus Abb. 4 und 5 folgt, daß wenn diese Bedingung erfüllt wird erhält man die Resonanz auf der Grundharmonischen weil $\Omega = 2\omega$ also $\omega_r = \omega$ ist.

Wenn man die Resonanz auf der ersten ungeraden Harmonischen verwirklicht (die dritte Harmonische) dann folgt die Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = 3\omega$. Weil die Grenze des dritten nichtstabilen Gebietes wenn $\omega_r = \frac{3}{2}\Omega$

erhalten wird, folgt $\omega_r = 3\omega$, also es wird sich die dritte Harmonische erregen. Diese erregt sich im Kreis als Folge eines Übergangsregimes und hat zwei verschiedene Schwingungsphasen. Die gleiche Erscheinung stellt man für alle ungerade Harmonischen fest, Erscheinung die gut erfahrungsmäßig für die dritte Harmonische geprüft wurde.

Wenn die Resonanzkreisfrequenz den Wert $\omega_r = 2\omega$ hat und weil $\Omega = 2\omega$ folgt, daß die parametrische Erregung im zweiten nichtstabilen Gebiet der Mathieuschen Gleichung erscheinen wird, also wenn $\omega_r = \Omega$.

Erfahrungsmäßig wurde festgestellt, daß die geraden Harmonischen vier verschiedene Schwingungsphasen besitzen, Tatsache die man leicht erfahrungsmäßig für die zweite Harmonische prüft.

Die Erscheinung ist mit der bei der Erregung der zweiten Unterharmonischen beim nichtgesteuerten Parametron identisch [4].

Eingegangen am 29. Mai 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik und Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Heegner K., *Über Selbsterregungserscheinungen bei Systemen mit gestörter Superposition.* Ztschr. f. Phys., **29**, 91—109 (1924).
2. Hayashi C., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* Mc. Graw Hill, N. Y., 1964.
3. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare și parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
4. Savin Gh., Zitron N., *Über die Frequenzteilern mit nichtlinearen Kreisen die von Duffingschen Gleichungen beschrieben sind.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. III, 9—14 (1972).

FENOMENE DE SALT EXCLUSIV PE ARMONICE ALE RĂSPUNSULUI DE REGIM FORȚAT ÎN CIRCUITE NELINIARE DESCRISE PRIN ECUAȚII DIFERENȚIALE DE TIP DUFFING

(Rezumat)

Se descriu fenomene de salt ferorezonant exclusiv pe armonice impare, în cazul în care circuitul este descris de ecuații diferențiale de tip Duffing cu termeni neliniari impari. Acest proces apare numai în cazul cînd bobina neliniară prezintă o puternică neliniaritate în origine, care se realizează prin ansambluri de două bobine neliniare comandate, în regim de magnetizare forțată.

Se pot obține și rezonanțe pe armonice pare sau impare la saturații puternice ale miezului, după un proces asemănător excitației parametrice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.316.935.1

BEITRÄGE ZUR ARBEITSWEISEUNTERSUCHUNG DER NICHTLINEAREN LONGITUDINAL-GESTEUERTEN SPULE IM GEZWUNGENEN MAGNETISIERUNGSVORGANG

VON

NORBERT ZITRON und DANA BALAN

1. Allgemeines

Das Kreiselement — nichtlineare longitudinal-gesteuerte Spule (NLGS) — ist in der Struktur einiger nichtlinearen Anlagen wie: magnetische Verstärker, Frequenzvervielfacher, Frequenzteiler, magnetische Modulatoren, Magnetometer, u. s. w. [1], die eine besondere technische Bedeutung haben, enthalten. In der Arbeitsweise der NLGS unterscheiden sich zwei Grenzvorgänge in Abhängigkeit von der An- oder Abwesenheit der geraden Stromharmonischen im Steuerungskreis. Wenn die Impedanz des Steuerungsstromkreises vernachläßigbar ist, dann können die geraden Stromharmonischen frei durch den Steuerungskreis fließen und man erhält den *freien Magnetisierungsvorgang* [2], [3]. Im Falle daß die Steuerungskreisimpedanz groß ist, dann sind die geraden Stromharmonischen im Steuerungskreis gemildert und der erzeugte Vorgang wird *gezwungenen Magnetisierungsvorgang* [2], [3] genannt.

Verschiedene Verfasser haben die Arbeitsweise der NLGS in den Grenzvorgängen ausgehend von der Betrachtung der grundliegenden Magnetisierungskennlinie als rechteckig beschrieben [1], [2], [4]...[6]. Bei der Untersuchung der Erscheinungen die in den nichtlinearen magnetischen Anlagen auftreten ist häufig notwendig die analytische Ausdrücke der Kennlinien der NLGS in den Grenzvorgängen zu kennen [7]...[9].

Zweck dieser Arbeit ist die Bestimmung von analytische Beziehungen die die Arbeitsweise der NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang beschreiben.

2. Nichtlineare longitudinal-gesteuerte Spule (NLGS)

NLGS besteht aus zwei gleichen ferromagnetischen Kernen die je zwei Wicklungen: eine Arbeitswicklung und eine Steuerungswicklung enthalten (Abb. 1). Die Arbeitswicklungen sind in Reihe additional gebunden und von einer sinusförmigen Spannungsquelle gespeist, während die Steuerungswicklungen in Reihe differentiel geschaltet sind und bei einer Gleichstromquelle angelegt.

Weil der resultierende magnetische Wechselfeld und der resultierende magnetische Gleichfeld, in jedem von den zwei Kernen die gleiche Richtung haben, sagt man das die nichtlineare Spule longitudinal gesteuert wird.

Für die theoretischen Betrachtungen aus der Arbeit werden die Folgenden Voraussetzungen gemacht:

a) Die magnetischen Kennlinien der Kerne sind eindeutig, identisch und durch ein unvollständiges Polynom drittes Grades annäherendbar:

$$i = k_1\Phi + k_3\Phi^3, \tag{1}$$

wobei k_1 und k_3 Annäherungskoeffizienten, die vom Kernwerkstoff abhängen, sind.

b) Die Wicklungswiderstände sind praktisch gleich Null.

c) Die Windungszahlen der Arbeits- und Steuerungswicklungen sind gleich.

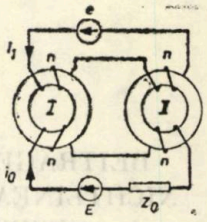


Abb. 1

Die Arbeitsgrenzvorgänge der NLGS sind vom Wert der Impedanz Z_0 aus dem Steuerungskreis abhängig. Für kleine Z_0- Werte erhält man den freien Magnetisierungsvorgang während für große Z_0- Werte der gezwungene Magnetisierungsvorgang folgt

3. NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang

3.1. Theoretische Betrachtungen

In diesem Arbeitsvorgang verschwinden, wegen der sehr großen Impedanz, die geraden Stromharmonischen aus dem Strom der durch den Steuerungskreis fließt und erscheinen in den Flüssen der zwei Kerne.

Falls man die Gleichung (1) für die einzelne Kerne anwendet, so ergibt sich:

$$i_1 + i_0 = k_1\Phi_I + k_3\Phi_I^3, \quad i_1 - i_0 = k_1\Phi_{II} + k_3\Phi_{II}^3, \tag{2}$$

wobei Φ_I und Φ_{II} die Augenblickswerte der Flüssen aus den Kernen I und entschprechend II der NLGS sind.

Im gezwungenen Magnetisierungsvorgang haben die Flüsse der zwei Kernen die Ausdrücke:

$$\begin{cases} \Phi_I = \Phi_1 + \Phi_0 + \Phi_2 = \Phi_{1m}\cos\alpha + \Phi_0 - \Phi_{2m}\cos 2\alpha, \\ \Phi_{II} = \Phi_1 - \Phi_0 - \Phi_2 = \Phi_{1m}\cos\alpha - \Phi_0 + \Phi_{2m}\cos 2\alpha, \end{cases} \tag{3}$$

wobei Φ_{1m} — die Amplitude der Grundharmonischen, Φ_0 — der Gleichstromfluß und Φ_{2m} — die Amplitude der zweiten Flußharmonischen, ist. Die Phasenbeziehung zwischen Φ_2 und Φ_1 kann graphisch oder erfahrungsmäßig bestimmt werden.

Wenn die Gleichungen (3) addiert werden erhält man:

$$2i_1 = k_1(\Phi_I + \Phi_{II}) + k_3(\Phi_I^3 + \Phi_{II}^3), \tag{4}$$

wobei:

$$\Phi_I^3 + \Phi_{II}^3 = (\Phi_I + \Phi_{II})^3 - 3(\Phi_I + \Phi_{II})\,\Phi_I\Phi_{II}. \tag{5}$$

Um $\Phi_I^3 + \Phi_{II}^3$ zu ausdrücken muß man $\Phi_I\Phi_{II}$ kennen. Das erfolgt mit Hilfe der Gleichungen (3):

$$\Phi_I\Phi_{II} = \Phi_{1m}^2\cos^2\alpha - (\Phi_0 - \Phi_{2m}\cos 2\alpha)^2 = \Phi_{1m}^2\cos^2\alpha - (\Phi_0 + \Phi_{2m})^2 + \tag{6}$$
$$+ 4(\Phi_0\Phi_{2m} + \Phi_{2m}^2)\cos^2\alpha - 4\Phi_{2m}\cos^4\alpha,$$

wobei man cos 2α in Abhängigkeit von cos α ausdrückte.

Aus (3) wird der Ausdruck des gesamten Erregungsflußes bestimmt:

$$\Phi_I + \Phi_{II} = 2\Phi_{1m}\cos\alpha, \tag{7}$$

und es folgt:

$$\cos\alpha = \frac{\Phi_I + \Phi_{II}}{2\,\Phi_{1m}}. \tag{8}$$

Setzt man (8) in (6) ein dann ergibt sich:

$$\Phi_I\Phi_{II} = -(\Phi_0 + \Phi_{2m})^2 + \left[\frac{1}{4} + \frac{\Phi_{2m}}{\Phi_{1m}^2}(\Phi_0 + \Phi_{2m})\right](\Phi_I + \Phi_{II})^2 - \tag{9}$$
$$- \frac{\Phi_{2m}^2}{4\Phi_{1m}^2}(\Phi_I + \Phi_{II})^4.$$

Die Gleichung (9) ermöglicht den Ausdruck von $\Phi_I^3 + \Phi_{II}^3$ (5) zu bestimmen. Führt man diesen bestimmten Ausdruck in (4) ein dann folgt:

$$i_1 = b_1(\Phi_I + \Phi_{II}) + b_3(\Phi_I + \Phi_{II})^3 + b_5(\Phi_I + \Phi_{II})^5, \tag{10}$$

wobei:

$$b_1 = \frac{k_1}{2} + \frac{3}{2}k_3(\Phi_0 + \Phi_{2m})^2, \quad b_3 = \frac{k_3}{2}\left(\frac{1}{4} - 3\,\frac{\Phi_0\Phi_{2m} + \Phi_{2m}^2}{\Phi_{1m}^2}\right), \tag{11}$$
$$b_5 = \frac{3}{8}k_3\frac{\Phi_{2m}^2}{\Phi_{1m}^4}.$$

Der Koeffizient des Terms von drittem Grad aus dem Ausdruck (10) der Arbeitskennlinie kann, bei Änderung des Steuerungsstroms, wegen Φ_0 und Φ_{2m}, positiv, Null oder negativ sein. Das verursacht die Erscheinung einer zweiten Nichtlinearität in der Ursprungsnähe.

Um die Abhängigkeit $i_1(\Phi_I - \Phi_{II})$ zu ausdrücken verwendet man die Gleichung (10) unter Berücksichtigung von (7). Es folgt:

$$i_1 = 2b_1\Phi_{1m}\cos\alpha + 8b_3\Phi_{1m}^3\cos^3\alpha + 32b_5\Phi_{1m}^5\cos^5\alpha. \tag{12}$$

Aus dem Ausdruck von $\Phi_I - \Phi_{II}$:

$$\Phi_I - \Phi_{II} = v = 2\Phi_0 - 2\Phi_{2m}\cos 2\alpha, \tag{13}$$

ergibt sich:

$$\cos 2\alpha = \frac{2\Phi_0 - v}{2\Phi_{2m}}, \tag{14}$$

also:

$$\cos\alpha = \pm\left(\frac{2\Phi_{2m} + 2\Phi_0 - v}{4\Phi_{2m}}\right)^{1/2}. \tag{15}$$

Setzt man jetzt (15) in (12) ein so erhält man:

$$i_1 = \pm 2\Phi_{1m}\left(\frac{2\Phi_{2m} + 2\Phi_0 - v}{4\Phi_{2m}}\right)^{1/2}\left[b_1 + 4b_3\Phi_{1m}^2\frac{2\Phi_{2m} + 2\Phi_0 - v}{4\Phi_{2m}} + 16b_5\Phi_{1m}^4\left(\frac{2\Phi_{2m} + 2\Phi_0 - v}{4\Phi_{2m}}\right)^2\right]. \tag{16}$$

Die Gleichung (16) kann man nach den Potenzen von $v = \Phi_I - \Phi_{II}$ ordnen und nacher analysieren; sie hat Sinn nur für $v \leqslant 2(\Phi_{2m} + \Phi_0)$.

Die einzelne Kennlinien der Kerne der NLGS, $i_1(\Phi_I)$ und $i_1(\Phi_{II})$, erhält man aus (12), in welcher, um die Flüsse Φ_I und Φ_{II} zu hervorheben, setzt man den von der Gleichung (3) bestimmten $\cos\alpha$ ein. Es folgt:

$$\begin{cases} \cos\alpha_I = \dfrac{\Phi_{1m}}{4\Phi_{2m}} - \left(\dfrac{\Phi_{1m}^2}{16\Phi_{2m}^2} + \dfrac{\Phi_0 + \Phi_{2m} - \Phi_I}{2\Phi_{2m}}\right)^{1/2}, \\ \cos\alpha_{II} = -\dfrac{\Phi_1}{4\Phi_{2m}} + \left(\dfrac{\Phi_{1m}^2}{16\Phi_{2m}^2} + \dfrac{\Phi_0 + \Phi_{2m} + \Phi_{II}}{2\Phi_{2m}}\right)^{1/2}. \end{cases} \tag{17}$$

Weil der Erregungsfluß $\Phi_I + \Phi_{II}$ sinusförmig ist folgt aus (10), daß der Strom i_1 periodisch nichtsinusförmig sein wird und, außer der Grundharmonischen, auch die Harmonischen von Ordnung 3 und 5 enthalten wird.

Der Strom der durch den Steuerungskreis fließt enthält nur die Gleichkomponente, die aus der Subtrahierung der Gleichungen (2) erfolgt:

$$2i_0 = k_1(\Phi_I - \Phi_{II}) + k_3(\Phi_I^3 - \Phi_{II}^3). \tag{18}$$

Nach einfachen Zwischenrechnungen und berücksichtigend die Voraussetzungen über den Arbeitsvorgang erhält man:

$$i_0 = k_1\Phi_0 + k_3(\Phi_0^3 + \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{2m}^2 + \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{1m}^2 - \frac{3}{4}\Phi_{1m}^2\Phi_{2m}), \tag{19}$$

$$0 = k_1\Phi_{2m} + k_3(3\Phi_0^2\Phi_{2m} + \frac{3}{4}\Phi_{2m}^2 - \frac{3}{2}\Phi_0\Phi_{1m}^2 + \frac{3}{2}\Phi_{1m}^2\Phi_{2m}). \tag{20}$$

Die Gleichung (20) wurde aus der Bedingung der Abwesenheit der zweiten Harmonischen des Steuerungsstroms erlangt. Sie ist wesentlich für die Bestimmung der Abhängigkeiten zwischen den vorkommenden Größen Φ_0, Φ_{2m}, Φ_{1m}, i_0. Mit Hilfe der Gleichungen (19) und (20) können die Kennliniefamilien $i_0(\Phi_0)$ mit Φ_{1m} als Parameter und $\Phi_{2m}(i_0)$ mit Φ_{1m} als Parameter dargestellt werden.

Die Gleichungen (10), (11), (16), (17), (19) und (20) ermöglichen die vollständige Analyse der Arbeitsweise der durch sinusförmigen Fluß erregten NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang.

3.2. Numerisches Beispiel

Um die Ergebnisse zu verallgemeinern normiert man die Gleichung (1). Es wird der normierte Strom $x = i/I_s$ und der normierte Fluß $y = \Phi/\Phi_s$ eingeführt, wobei I_s der Sättigungsstrom und Φ_s der entschprechende Sättigungsfluß, ist. Die Gleichung (1) wird :

$$x = c_1 y + c_3 y^3, \tag{21}$$

wobei : $c_1 = k_1 \Phi_s / I_s$ und $c_3 = k_3 \Phi_s^3 / I_s$.

Die in den bestimmten Gleichungen vorkommenden normierten Größen sind :

$$\begin{cases} y_I = \dfrac{\Phi_I}{\Phi_s}, \quad y_{II} = \dfrac{\Phi_{II}}{\Phi_s}, \quad y_0 = \dfrac{\Phi_0}{\Phi_s}, \quad Y_{1m} = \dfrac{\Phi_{1m}}{\Phi_s}, \\ Y_{2m} = \dfrac{\Phi_{2m}}{\Phi_s}, \quad x_1 = \dfrac{i_1}{I_s}, \quad x_0 = \dfrac{i_1}{I_s}. \end{cases} \tag{22}$$

Im numerischen Beispiel wurden, für den betrachteten Fall, die Gleichungen (10), (11), (16), (17), (19) und (20) untersucht.

Die im vorigen Paragraphen bestimmten Gleichungen, $i(\Phi)$, haben für die normierte Größen, $x(y)$, die selbe Form, nur anstatt von den dimensonalen Koeffizienten k_1 und k_3 erscheinen die adimensionalen Koeffizienten c_1 und c_3.

Es wird der Fall $c_1 = 0{,}2$ und $c_3 = 0{,}8$ betrachtet.

Die Arbeitskennliniefamilie $x_1(y_I + y_{II})$ mit x_0 als Parameter ist in Abb. 2 gezeigt, aus welcher man bemerkt, daß für kleine x_0- Werte ($x_0 < 0{,}4$) die Arbeitskennlinie der NLGS nur die Sättigungsnichtlinearität präsentiert,

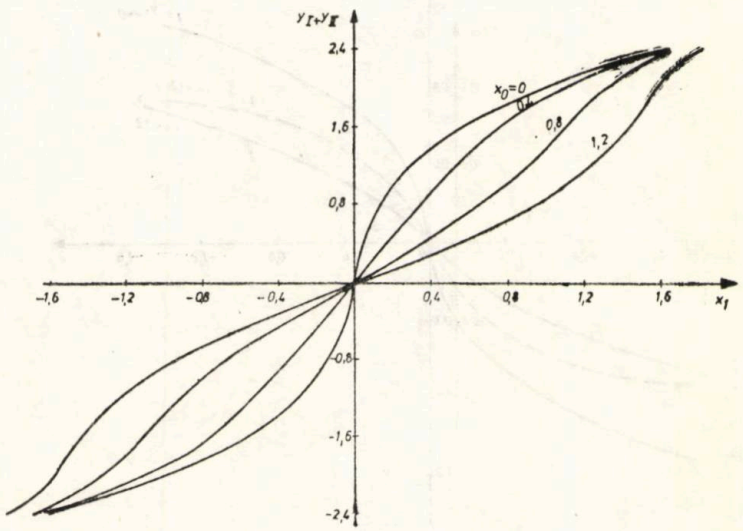


Abb. 2

während für größere x_0-Werte ($x_0 > 0{,}4$) die Kennlinie auch eine zweite Nichtlinearität in der Ursprungsnähe, mit der Konkavität zu den positiven Ordonaten gerichtet, hat. Diese Tatsache zeichnet sich gut, aus der Abhängigkeit der Koeffizienten b_1', b_3' und b_5' (b_1', b_3' und b_5' sind die normierten Werte von b_1, b_3 und b_5) als Funktion des Steuerungsstroms für ein bestimmten Wert der Erregungsamplitude (Abb. 3), aus. Während b_1' und b_5' immer positiv sind und monoton mit x_0 wachsen, ist b_3' erstens positiv, gleich Null für $x_0 = 0{,}4$ und nacher negativ.

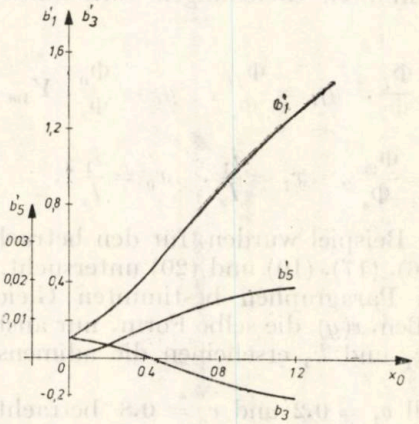


Abb. 3

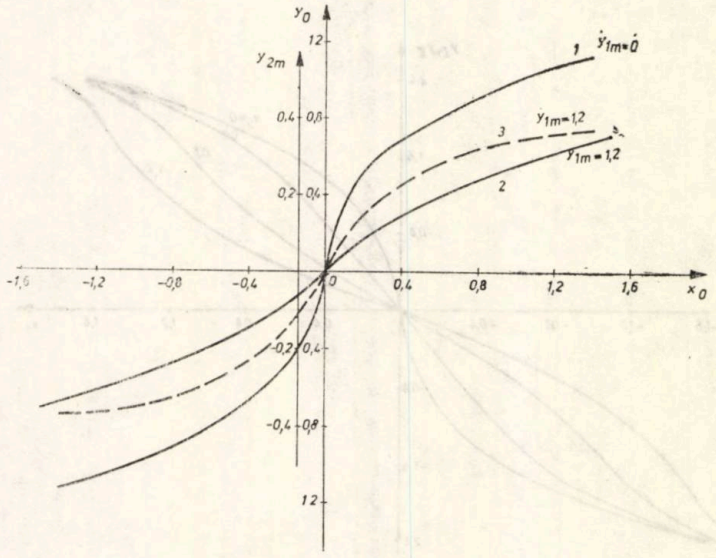


Abb. 4

Das Zeichenwechsel von b'_3 entschpricht der Konkavitätsänderung der Arbeitskennlinie. Die Änderung der Koeffizienten b'_k, $(k = 1, 2, 3)$, in Abhängigkeit von x_0 ist der Änderung der Flußgleichkomponente (y_0—Abb. 4, Kennlinie *1* und *2*) und der Änderung der Amplitude der zweiten Flußharmonischen (y_{2m} — Abb. 4, Kennlinie *3*) zu verdanken.

In Abb. 5 sind die Kennlinien $x_1(y_I)$, $x_1(y_{II})$, $x_1(y_I+y_{II})$ und $x_1\,(y_I-y_{II})$ für $x_0 = 0{,}5$ und $Y_{1m} = 1{,}2$ dargestellt. Die Kennlinien wurden mit Hilfe des

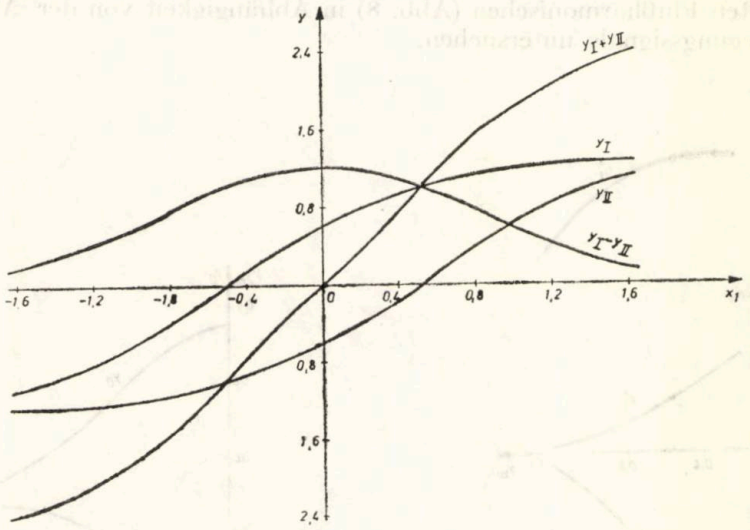


Abb. 5

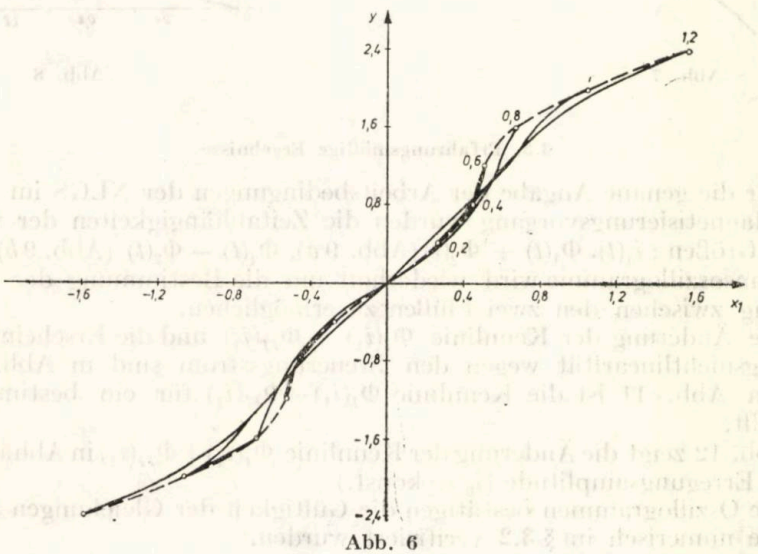


Abb. 6

entschprechenden analytischen Beziehungen dargestellt und wurden durch graphische Addierung verifiziert.

Wird der Steuerungsstrom konstant behalten dann hat die Kennliniefamilie $x_1(y_I + y_{II})$ bei Änderung der Amplitude des Erregungsflußes (Abb. 6), die Extremitäten auf der punktierten Kennlinie, die der Kennlinie X_{1m} (Y_{1m}) entschpricht. Man kann auch die Kennlinie für die Effektivwerte bestimmen. Um die Kennlinie aus Abb. 6 zu erhalten mußte man die Änderung der Koeffizienten b'_k, $(k = 1, 2, 3)$, (Abb. 7), sowie auch die Änderung der Amplitude der zweiten Flußharmonischen (Abb. 8) in Abhängigkeit von der Amplitude des Erregungssignals untersuchen.

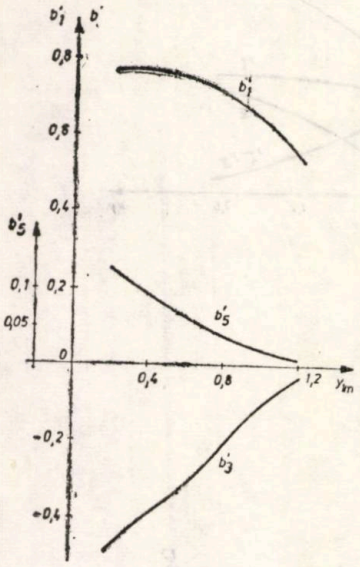


Abb. 7

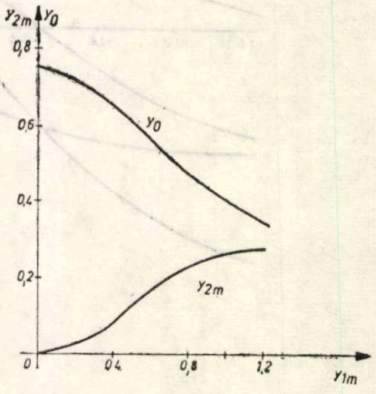


Abb. 8

3.3. Erfahrungsmäßige Ergebnisse

Für die genaue Angabe der Arbeitsbedingungen der NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang wurden die Zeitabhängigkeiten der vorkommenden Größen : $i_1(t)$, $\Phi_1(t) + \Phi_2(t)$ (Abb. 9 *a*), $\Phi_1(t) - \Phi_2(t)$ (Abb. 9 *b*) gezeigt Die Stromsoszillogramme wird wiederholt um die Bestimmung der Phasenbeziehung zwischen den zwei Flüßen zu ermöglichen.

Die Änderung der Kennlinie $\Phi_I(i_1) + \Phi_{II}(i_1)$ und die Erscheinung der Ursprungsnichtlinearität wegen den Steuerungsstrom sind in Abb. 10 gezeigt. In Abb. 11 ist die Kennlinie $\Phi_I(i_1) - \Phi_{II}(i_1)$ für ein bestimmten i_0 dargestellt.

Abb. 12 zeigt die Änderung der Kennlinie $\Phi_I(i_1) + \Phi_{II}(i_1)$ in Abhängigkeit von der Erregungsamplitude (i_0 = konst.).

Die Oszillogrammen bestätigen die Gültigkeit der Gleichungen aus dem § **3.1**, die numerisch im § **3.2** verifiziert wurden.

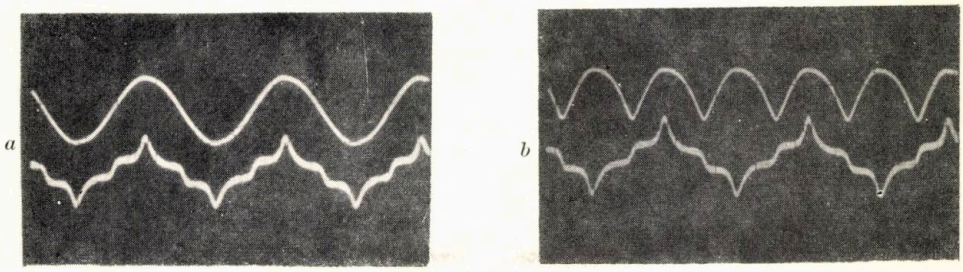


Abb. 9

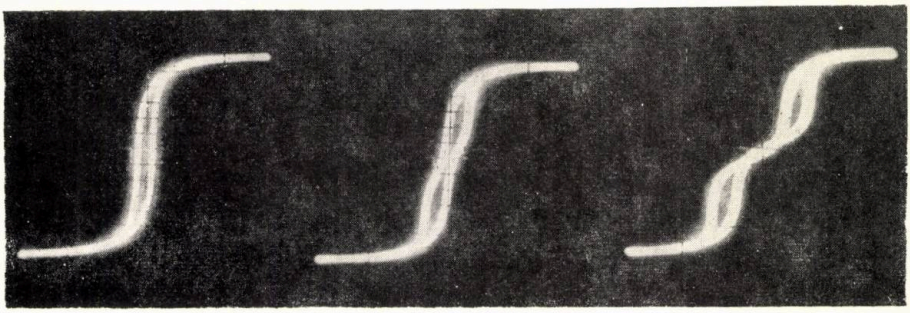


Abb. 10

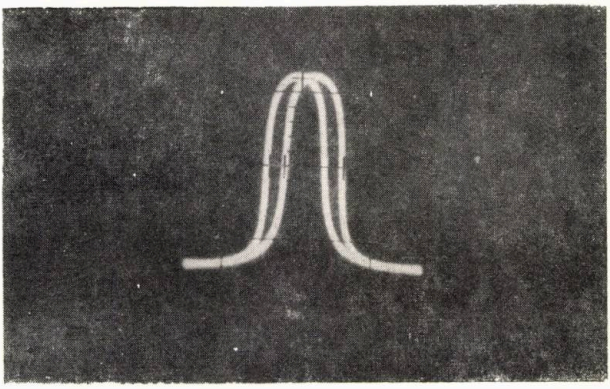


Abb. 11

Abb. 12

4. Schlußfolgerungen

Aus den numerischen und erfahrungsmäßigen Ergebnissen stellt man fest, daß die bestimmten analytischen Beziehungen zufriedenstellend die Arbeitsweise der NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang beschreiben.

Die Arbeitskennlinien der NLGS im gezwungenen Magnetisierungsvorgang präsentieren neben der Sättigungsnichtlinearität auch eine zweite Nichtlinearität in der Ursprungsnähe. Diese beide Nichtlinearitäten sind richtig von der Gleichung (10) gegeben.

Die bestimmten analytischen Gleichungen können bei der Untersuchung mit Hilfe von digitalen Rechner der Erscheinungen aus den nichtlinearen Anlagen die NLGS enthalten verwendet werden.

Eingegangen am 16. Januar 1974

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik
und Elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Geyger W. A., *Dispozitive magnetice neliniare*, (aus engl. übersetzt). Ed. Tehn., Buc. 1968, 101–122.
2. Storm H. F., *Magnetic Amplifiers*. John Wiley, New York, 1955, 64–65, 68–112, 113–123, 167–169.
3. Buchold T., *Über gleichstrommagnetisierte Wechselstromdrosselspulen und deren Rückkopplung*. Archiv f. Elektrot., **36**, 221–238 (1942).
4. Milnes A. G., *Transductors and Magnetic Amplifiers*. St. Martin's Press, New York, 1957, 1–19.
5. Frost-Smith E. H., *The Theory and Design of Magnetic Amplifiers*. John Wiley, New York, 1958, 16–32, 45–72, 422–424.
6. Габлер М. и др., *Магнитные усилители*. Изд. Советское радио, М., 1961, 26—32.
7. Розенблаш М. А., *Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники*. Изд. Наука, М., 1968.
8. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice*. Ed. Tehn., Buc., 1973.
9. Savin Gh., Zitron N., Gligor T. D., *Über langsame Schwingungen in ferroresonanten Kreisen*. Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *3–4*, s. III, 1–14 (1974).

CONTRIBUŢII LA ANALIZA FUNCŢIONĂRII BOBINEI NELINIARE COMANDATE LONGITUDINAL ÎN REGIM DE MAGNETIZARE FORŢATĂ

(Rezumat)

Se studiază bobina neliniară comandată longitudinal în regim de magnetizare forţată la excitaţie prin flux sinusoidal. Se stabilesc relaţii analitice utile în analiza şi proiectarea unor dispozitive neliniare cunoscute, relaţii care descriu satisfăcător fenomenele din bobina neliniară comandată în regim forţat. Relaţiile determinate sînt verificate numeric şi experimental.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 538.567.4 : 621.316.935.1

AMPLITUDENMODULATOREN MIT GLEICHSTROMVORMAGNETISIERTEN NICHTLINEAREN SPULEN*)

VON

CAMELIA ANDRONE

1. Allgemeines

Da der Amplitudenmodulationsprozeß, durch den man die Versetzung des Spektrums eines Signals mit einer bestimmten Frequenz in das Spektrum eines anderen Signals mit anderer Frequenz erlangt, ein nichtlinearer Prozeß ist, kann er mit Hilfe beliebiger nichtlinearer Schaltelemente verwirklicht werden. Obwohl als nichtlineare Schaltelemente Widerstände, Spulen und Kondensatoren bekannt sind, wird der Amplitudenmodulationsprozeß in der Literatur nur in Verbindung mit nichtlinearen Widerstanden behandelt. Zwar findet man in der Literatur den magnetischen Modulator, aber diese Anordnung verwirklicht nicht die Amplitudenmodulation als einen Prozeß für sich. Die einzige magnetische Modulatorschaltung, die der Verfasser in der Literatur fand, ist die von den Japanern S. O h t e r u und H. K o b a y a s h i [4].

Ziel der folgenden Arbeit ist es, eine Analogie zwischen dem Amplitudenmodulationsprozeß in Schaltungen mit nichtlinearen Widerstanden und in Schaltungen mit nichtlinearen Spulen aufzudecken.

2. Theoretische Betrachtungen

Die ideale Kennlinie eines nichtlinearen Elementes, das die Amplitudenmodulation verwirklicht, mus von der Form :

$$y = ax + bx^2 \tag{1}$$

sein. Die Kennlinie einer nichtlinearen hysteresisfreien Spule kann durch eine nichtlinearen der folgenden Gleichungen :

$$i = a_1\psi + a_3\psi^3, \tag{2}$$

$$\psi = c_1 i - c_3 i^3 \tag{3}$$

*) Mitgeteilt am XVII. Internationalen Kolloquium, Technische Hochschule, Ilmenau, DDR, 16.—21. Oktober 1972.

angenahert werden. Um in Polynomen (2) und (3) den benötigten Term 2. Grades zu erhalten, muß die magnetische Spule eine Vormagnetisierung durch einen Gleichstrom haben. Dabei muß man berücksichtigen, das es zwei Betriebsfalle gibt, in denen die nichtlineare Spule arbeiten kann :

a) Die Spule wird durch einen sinusförmigen magnetischen Fluß erregt und die Antwort ist ein nichtsinusförmiger Strom.

b) Die Spule wird durch einen sinusförmigen Strom erregt und als Antwort erscheint ein nichtsinusförmiger magnetischer Fluß.

Unter dem Gesichtspunkt des Vorhandenseins der geradzahligen Stromharmonischen im Vormagnetisierungskreis kann man zwei andere Fälle unterscheiden, die bei Betriebsfällen a) oder b) auftreten können. Dies sind die Fälle :

c) mit erzwungenen geradzalhligen Harmonischen im Vormagnetisierungskreis bzw.

d) mit freien geradzahligen Harmonischen im Vormagnetisierungskreis.

2.1. Amplitudenmodulation mit nichtlinearen Spulen, die durch sinusformigen Fluß (Spannung) erregt werden

Die Kennlinie einer nichtlinearen, mit Gleichstrom vormagnetisierten Spule, die unter den Bedingungen a) ... c) arbeitet, kann durch das folgende Polynom

$$i = \pm b_0 + b_1\psi \pm b_2\psi^2 + b_3\psi^3 \tag{4}$$

approximiert werden. Die Werte der Approximationskoeffizienten sind vom Vormagnetisierungsstrom abhängig :

$$\begin{cases} b_0 = a_1\psi_0 + a_3\psi_0^3, & b_2 = 3a_3\psi_0, \\ b_1 = a_1 + 3a_3\psi_0^2, & b_3 = a_3. \end{cases} \tag{5}$$

Diese Spule soll mit einem Fluß der form

$$\psi = \psi_{Pm} + \psi_M , \tag{6}$$

erregt werden, wobei

$$\psi_P = \Psi_{Pm} \cos \omega t , \qquad \psi_M = \Psi_{Mm} \cos \Omega t, \tag{7}$$

sind. Dabei ist $\omega = 2\pi f_P$ das Trägersignal, $\Omega = 2\pi f_M$ das Modulationssignal :

$$\omega = 2\pi f_P , \ \Omega = 2\pi f_M. \tag{8}$$

Bei dieser Erregung ist der Strom durch die Spule, d. h. die Antwort nach Gl. (4) gegeben durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} i = b_0 + b_1\psi_P + b_1\psi_M + b_2\psi_P^2 + b_2\psi_M^2 + 2b_2\psi_P\psi_M + b_3\psi_P^3 + \\ + b_3\psi_M^3 + 3b_3\psi_P^2\,\psi_M + 3b_3\psi_P\psi_M^2. \end{aligned} \tag{9}$$

Falls man durch irgendein Verfahren von dem Ausdruck nach Gl. (9) nur die Glieder mit der Trägerfrequenz sowie die Glieder mit benachbarten Frequenzen aussiebt, erhält man Antwortsignal, das einen amplitudenmodul-

lierten Strom der Trägerfrequenz darstellt. In dem Amplitudenausdruck dieses Stromes treten nur Glieder auf, die seine Verzerung wegen der realen Spulenkennlinie berücksichtigen

$$i = I_{Pm}(1 + m_1 \cos \Omega t + m_2 \cos 2\Omega t + ...) \cos \omega t. \tag{10}$$

Um die hierin auftretenden unerwünschten Harmonischen zu beseitigen, wird ein Kompensationsverfahren benutzt. Die nach diesem Verfahren erhaltenen Modulationsschaltungen werden als ausgeglichene Modulatoren bezeichnet. Im Falle der Verwendung nichtlinearer Spulen sind die Grundschaltungen der ausgeglichenen Modulatoren zu den aus der Literatur bekannten Schaltungen mit nichtlinearen Widerständen Gleichartig (Abb. 1).

Der Strom durch die nichtlineare Spule $i_1(\psi_1)$, die durch einen positiven Gleichstrom vormagnetisiert wird, ist im Falle der Erregung durch den Fluß $\psi_P + \psi_M$ durch Gl. (9) gegeben. Der Strom i_2 in der zweiten nichlinearen

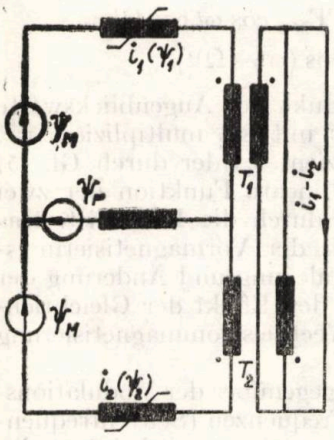


Abb. 1

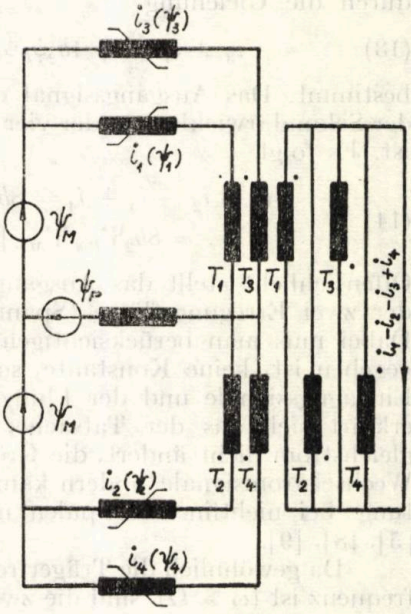


Abb. 2

Spule, $i_2(\psi_2)$, die durch einen entgegengesetzten Gleichstrom vormagnetisiert wird, ist in dem Fall der Erregung durch den Fluß $\psi_P - \psi_M$ durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} i_2 = b_0 + b_1\psi_P - b_1\psi_M + b_2\psi_P^2 + b_2\psi_M^2 - 2b_2\psi_P\psi_M + b_3\psi_P^3 - \\ - b_3\psi_M^3 - 3b_3\psi_P^2\,\psi_M + 3b_3\psi_P\psi_M^2 \end{aligned} \tag{11}$$

gegeben. Um als Ausgangssignal die Differenz zwischen diesen zwei Strömen zu erhalten, werden zwei kurzgeschlossene Stromwandler benützt, um die Bedingung a), in der Modulator arbeitet, zu erfüllen. Es gilt

$$i_1 - i_2 = 4b_2\psi_P\psi_M + 2b_1\psi_M + 2b_3\psi_M^3 + 6b_3\psi_M\,\psi_P^2. \tag{12}$$

In Abb. 1 können die Flußgeneratoren (Spannungsgeneratoren) ψ_M und ψ_P ihre Plätze vertauschen, wobei das Ausgangssignal unverändert von der Art Gl. (12) bleibt, wobei lediglich ψ_M und ψ_P ihre Rollen wechseln. Um die letzten drei Glieder aus dem rechten Teil der Gl. (12) zu beseitigen, wird eine Ringmodulatorschaltung verwendet, die in Abb. 2 gezeigt ist. (Die Bezeichnung wurde aus der Analogie mit den Ringmodulatoren, die nichtlineare Widerstände enthalten, übernomen).

In Abb. 2 haben die nichtlinearen Spulen $i_1(\psi_1)$ und $i_2(\psi_2)$ eine Gleichstromvormagnetisierung in der gleichen Richtung, die Spulen $i_3(\psi_3)$ und $i_4(\psi_4)$ haben eine Gleichstromvormagnetisierung in entgegengesetzter Richtung zu den ersten beiden Spulen. Die Spulen $i_1(\psi_1)$ und $i_3(\psi_3)$ werden von der Summe der zwei Flüsse $\psi_P + \psi_M$ und die anderen beiden Spulen von der Flußdifferenz $\psi_P - \psi_M$ erregt. Damit werden $i_1 - i_2$ durch Gl. (12) und $i_3 - i_4$ durch die Gleichung

$$i_3 - i_4 = -4b_2\psi_P\psi_M + 2b_1\psi_M + 2b_3\psi_M^3 + 6b_3\psi_M\psi_P^2 \tag{13}$$

bestimmt. Das Ausgangssignal erhält man durch eine Kurzschlußchaltung der Sekundärwicklungen der vier Stromwandler, wie sie auf Abb. 2 dargestellt ist. Es folgt

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 + i_4 &= 8b_2\psi_P\psi_M = 8b_2\Psi_{Pm}\Psi_{Mm}\cos\omega t\cos\Omega t = \\ &= 8b_2\Psi_{Pm}\Psi_{Mm}[\cos(\omega+\Omega)t + \cos(\omega-\Omega)t]. \end{aligned} \tag{14}$$

Offensichlicht stellt das Ausgangssignal das Produkt der Augenblickswerte der zwei Erregungsflüsse (Spannungen) dar, das mit $8b_2$ multipliziert ist. Dabei mus man berücksichtigen, das der Koeffizient b_2, der durch Gl. (5) gegeben ist, keine Konstante, sondern eine nichtlineare Funktion der zwei Eingagngssignale und der Flußgleichkomponente durch die Kerne ist. Das erklärt sich aus der Tatsache, das, obwohl sich der Vormagnetisierungsgleichstrom nicht ändert, die Größe b_2 sich mit Anlegung und Änderung der Wechselstromsignale ändern kann, bedingt durch den Effekt der Gleichrichtung bei nichtlinearen Spulen mit Gleich- und Wechselstrommagnetisierung [5], [8], [9].

Da gewöhnlich die Trägerfrequenz sehr groß gegenüber der Modulationsfrequenz ist ($\omega \gg \Omega$), sind die zwei Kombinationsfrequenzen (Seittenfrequenzen) $\omega + \Omega$ und $\omega - \Omega$ sehr nahe und das Ausgangssignal erscheint in der Form von Schwibungen. Das Ausgangssignal kann als sinusförmige Schwingung mit der Trägerfrequenz aufgefast werden, deren Amplitude sich langsam nach dem Gesetz $8b_2\Psi_{Pm}\Psi_{Mm}\cos\Omega t$ ändert, und deren Periode $T = \pi/\Omega$ die Hälfte der Periode des Modulationssignals ist.

2.2. Amplitudenmodulation mit nichtlinearen Spulen, die durch sinusformigen Strom (Durchflutung) erregt werden

Die unter den Bedingungen b), c) arbeitende nichtlineare gesteuerte Spule hat eine Kennlinie von der Form

$$\psi = \pm d_0 + d_1 i + d_2 i^2 \pm d_3 i^3, \tag{15}$$

wobei die Koeffizienten $d_0, \ldots, d_3$ ähnliche Ausdrücke darstellen wie die

Koeffizienten in Gl. (5). Die Untersuchung wird analog zu dem vorangegangenen Fall durchgeführt. Wenn man die Erregung Form

$$i = i_P + i_M, \tag{16}$$

mit

$$i_P = I_{Pm} \cos \omega t, \quad i_M = I_{Mm} \cos \Omega t, \tag{17}$$

betrachtet, und die Bedingungen b), c) berücksichtigt, dann ist der magnetische Fluß, der das Ausgangssignale darstellt, von der Form

$$\begin{aligned} \psi = \left(d_1 I_{Pm} - \frac{3}{4} d_3 I_{Pm}^3 - \frac{3}{2} d_3 I_{Pm} I_{Mm}^2\right) \cos \omega t + d_2 I_{Pm} I_{Mm} \cos (\omega + \Omega) t + \\ + d_2 I_{Pm} I_{Mm} \cos (\omega - \Omega) t - \frac{3}{4} d_3 I_{Pm}^2 I_{Mm} \cos (\omega + 2\Omega) t - \\ - \frac{3}{4} d_3 I_{Pm} I_{Mm}^2 \cos (\omega - 2\Omega) t + \dots , \end{aligned} \tag{18}$$

oder

$$\psi = \Psi_{Pm} (1 + n_1 \cos \Omega t + n_2 \cos 2\Omega t + \dots) \cos \omega t. \tag{19}$$

Wendet man dieselbe Kompensationsmethode der unerwünschten Harmonischen an und berücksichtigt man, das in diesem Falle die Erregung ein Strom ist, so enthält die Schaltung des geglichenen Modulators (Abb. 3) Stromgeneratoren (Durchflutung) und ist zu der Schaltung aus Abb. 1 dual.

In Abb. 3 hat das nichtlineare Element $\psi_1(i_1)$ eine Gleichstromvormagnetisierung und wird mit dem durch Gl. (16) gegebenen Strom i_1 erregt. Die zweite nichtlineare Spule $\psi_2(i_2)$ ist in der gleichen Richtung mit einem Gleichstrom vormagnetisiert, aber ihre Erregung durch den Strom i_2 hat die Form

$$i_2 = i_P - i_M . \tag{20}$$

Das Ausgangssignal ist die Differenz zwischen den zwei Flüssen und hat die Form

$$\psi_1 - \psi_2 = 4 d_2 i_P i_M + 2 d_1 i_P - 2 d_3 i_P^3 - 6 d_3 i_M^2 i_P . \tag{21}$$

Um nur den ersten Term in diesem Ausdruck zu erhalten, findet man eine zu dem Ringmodulator mit Fluß- (Spannungs)generatoren duale Schaltung (Abb. 4). In dieser Schaltung haben die nichtlinearen Elemente $\psi_1(i_1)$ und $\psi_2(i_2)$ eine Gleichstromvormagnetisierung in derselben Richtung, während die Elemente $\psi_3(i_3)$ und $\psi_4(i_4)$ eine Gleichstromvormagnetisierung in entgegengesetzter Richtung besitzen. Die Spulen $\psi_1(i_1)$ und $\psi_3(i_3)$ werden von der Summe der zwei Ströme $i_P + i_M$ und die Spulen $\psi_2(i_2)$ und $\psi_4(i_4)$ von der Differenz $i_P - i_M$ erregt. Demnach ist, wie die Schaltung zeigt, das Ausgangssignal von der Form

$$\psi_1 - \psi_2 - \psi_3 + \psi_4 = 8 d_2 i_P i_M . \tag{22}$$

Infolgedessen realisiert die Schaltung Abb. 4 das Produkt der zwei sinusförmigen Eingangsströme (Durchflutungen), multipliziert mit $8\, d_2$. Wie bereits an früherer Stelle mus erwähnt werden, das d_2 eine nichtlineare Funktion

des Vormagnetisierungsflusses und der zwei Erregungsströme ist. Auch in diesem Falle kann man dieselben Bemerkungen wie in Falle des Ringmodulators mit sinusförmiger Flußerregung machen.

Beispielsweise kann man für die Koeffizienten d_2 folgenden Näherungsausdruck:

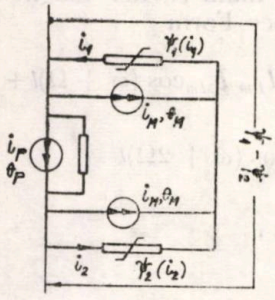


Abb. 3

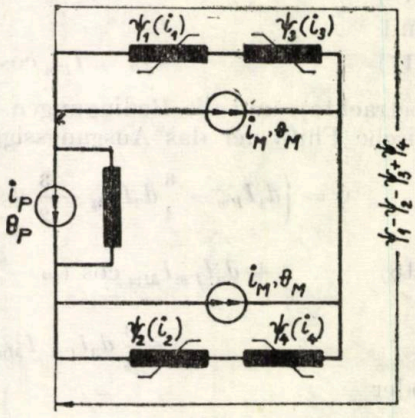


Abb. 4

$$(23) \qquad d_2 = \frac{2(\psi_0' - \psi_0)}{I_P^2 + I_M^2}, \qquad \psi_0 = c_1 I_0 - c_3 I_0^3,$$

angeben. Darin sind ψ_0' — der Kerngleichfluß der Spule bei angelegtem Wechselstromsignal und ψ_0 — der ursprüngliche Gleichfluß der Spule, der nur vom Vormagnetisierungsgleichstrom bestimmt wird.

Neben den beschriebenen Arbeitsmöglichkeiten der zwei Ringmodulatoren kann man auch andere interessante Gesichtspunkte der Anwendung dieser Schaltungen betrachten. Wenn beide Erregungsströme oder Flusse dieselbe Frequenz, jedoch den Phasenunterschied φ_i besitzen,

$$(24) \qquad i_P = \sqrt{2}\, I_P \cos \omega t, \qquad i_M = \sqrt{2}\, I_M \cos (\omega t + \varphi_i),$$

dann hat das Ausgangssignal die Form

$$(25) \qquad \psi = 16\, d_2 I_P I_M [\cos (2\omega t + \varphi_i) + \cos \varphi_i].$$

Die durch Gl. (25) bestimmte Gleichkomponente des Flusses ist $\cos \varphi_i$ proportional, d, h. mit einer solchen Anordnung kann der Phasenunterschied zwischen Strömen oder Flüssen gemessen werden. Solche Schaltungen arbeiten als phasenempfindliche Nullindikatoren. Die Wechselkomponente des Flusses oder Stromes schwankt mit der doppelten Frequenz und ihre Amplitude ist vom Produkt der zwei Erregungssignale abhängig. Wenn der Phasenunterschied $\varphi_i = \pi/2$ ist, arbeitet die Anlage als Frequenzverzweifacher mit Verstärkung. Alle grundsätzlichen Schaltungen dieser Arbeit wurden anhand experimenteller Modelle überprüft und die Ergebnisse bestätigen die theoretischen Feststellungen gut.

Als Schlußfolgerung kann man feststellen, das zwischen der Amplitudenmodulation in den grundlegenden Schaltungen mit nichtlinearen Widerständen und entsprechenden Schaltungen mit nichtlinearen Spulen eine echte Analogie bestecht.

Im Falle der freien Magnetisierung ist die Amplitudenmodulation nur bei einer sinusförmigen Flusserregung der Spulen möglich, wobei die Verstärkung jedoch geringer ist, weil der Koeffizient b_2 viel kleiner ist als im Falle der erzwungenen Magnetisierung. Wenn die Spulen mit sinusförmigem Strom erregt werden, erscheint der Term zweiten Grades in dem Approximationspolynom, der wesentlich zur Verwirklichtung der Amplitudenmodulation beiträgt, nicht mehr.

3. Einige energetische Betrachtungen über die magnetischen Modulatoren

Aus energetischen Gesichtspunkten ist der Modulator eine Einrichtung, die die Energie zweier Quellen mit den Frequenzen f_1 und f_2 in eine Energie mit der Frequenz $f_1 \pm f_2$ umwandelt. Für einen Modulator mit nichtlinearen gleichstromvormagnetisierten Spulen, in dessen Schaltungen nur die vier Grundfrequenzen Trägerfrequenz, Modulationsfrequenz und zwei Kombinationsfrequenzen auftreten, hat erstmals R. Hartley im Jahre 1916 einige erfahrungsmäßige Feststellungen getroffen. Dazu zählen, das einerseits die Erlangung einer Amplitudenverstärkung nur möglich ist, wenn die Trägerfrequenz viel größer als die Modulationsfrequenz ist und der Ausgang auf der Seitenfrequenz „Summe" gewählt wird, und andererseits das unter bestimmten Bedingungen das Auftreten Instabilität, die von der Erzeugung neuer Frequenzen begleitet wird, möglich ist, wenn der Ausgang auf der Seitenfrequenz „Differenz " gewält wird.

Dieselben Ergebnisse werden in analytischer Form von Manley-Rowe [6] in viel allgemeinerer Form erhalten. Die energetischen Beziehungen, die ihren Namen tragen, stellen Beziehungen zwischen den Leistungen für verschiedene Frequenzen in einer nichtlinearen Reaktanz (Spule oder Kondensator) dar, deren Kennlinie eindeutig also hysteresisfrei ist :

$$(26) \quad \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{mP_{m,n}}{mf_1 + nf_2} = 0, \qquad (27) \quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nP_{m,n}}{mf_1 + nf_2} = 0.$$

Diese Beziehungen sind von der Kennlinienform der nichtlinearen Reaktanz, von der Größenordnung der Leistungen und von dem äußeren Kreis unabhängig. Um nützliche Folgerungen über die Modulationsfrequenzen zu ziehen, wird zuerst vorausgesetzt, das durch ein entsprechendes Kompensations- oder Siebungssystem an den Ausgangsklemmen der Einrichtung nur die Kombinationsfrequenz Summe $f_+ = f_1 + f_2$ auftritt. Die Manley — Rowe-Beziehungen lauten für diessen Fall :

$$(28) \quad \frac{P_{1,0}}{f_1} + \frac{P_{1,1}}{f_1 + f_2} = 0, \qquad (29) \quad \frac{P_{0,1}}{f_2} + \frac{P_{1,1}}{f_1 + f_2} = 0,$$

wobei $P_{1,0}$ und $P_{0,1}$ die von den zwei Generatoren gegebenen positiven Leistungen sind. $P_{1,1}$ mus damit negativ sein, ist also die nützliche. Ausgangsleitung auf der Frequenz $f_1 + f_2$. Es ist offensichtlich, das in diesem Fall der Modulationsprozeß von einer Verstärkung des modellierten Signals begleitet ist, die umso größer ist, je größer die Trägerfrequenz f_1 gegenüber der Modulationsfrequenz f_2 ist. Man erhält eine Verstärkung des Eingangssignals (Modulationssignals)

(30) $$K_P = \frac{f_1 + f_2}{f_2}.$$

In dem Fall, das am Ausgang nur die Seitenfrequenz „Differenz" erscheint, erhält man mit den Gleichungen :

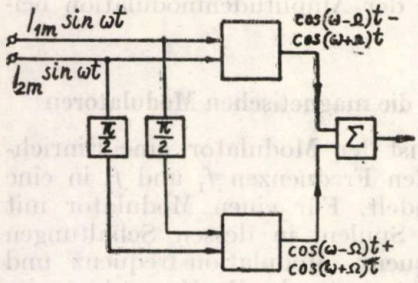


Abb. 5

(31) $$\frac{P_{1,0}}{f_1} + \frac{P_{1,-1}}{f_1 - f_2} = 0,$$

(32) $$\frac{P_{0,1}}{f_2} - \frac{P_{1,-1}}{f_1 - f_2} = 0.$$

Aus diesen Gleichungen folgt, weil $P_{1,1}$ negativ ist, das $P_{1,0}$ positiv und $P_{0,1}$ negativ sind. Mit anderen Worten tritt in diesem Fall eine Verstärkung des Eingangssignals auf und man sagt, das der Modulator mit Verstärkung des Eingangssignals arbeitet. In Abhängigkeit davon, was man vorsieht, nämlich eine Verstärkung des Eingangssignals oder des modellierten Signals wird in der Analogschaltung (Abb. 5) am Schaltungsende ein Additionsprozeß im ersten Fall bzw. ein Subtraktionsprozeß im zweiten Fall verwendet. Folglich können die Amplitudenmodulatoren mit reaktiven Elementen (in unserem Fall mit nichtlinearen Spulen) bezüglich der Wirkleistung eine Verstärkung des Eingangssignals oder des modulierten Signals verwirklichen.

Eingegangen am 10. Januar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der Elektrotechnik
und elektrische Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Philippow E., *Nichtlineare Elektrotechnik.* Geest & Portig, Leipzig, 1963.
2. Заездный А. М., Кушнир Ф. Ф., Ферсман Б. А., *Теория нелинейных электрических цепей.* Изд. „Связь", М., 1968.
3. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1972.
4. Ohteru S., Kobayashi H., *A New Type Magnetic Modulator.* I. E. E. E., Trans. on Magnetics, **MAG-1**, *4* (1965).
5. Бессонов Л. А., *Нелинейные электрические цепи.* Изд. Высшая Школа, М., 1964.
6. Manley J. M., Rowe H. E., *Some General Properties of Nonlinear Elements. I. General Energy Relations.* Proc. of the I. R. E., **44**, *7* (1956).
7. Neirynk J., *Les propriétés énergétiques des circuits de réactance non linéaires.* Revue HF (Belgique), V, *1* (1961).
8. Розенблат М. А., *Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники.* Изд. Наука М., 1966.

MODULATOARE MAGNETICE DE AMPLITUDINE CU BOBINE NELINIARE POLARIZATE ÎN CURENT CONTINUU

(Rezumat)

Se stabileşte analogia dintre modulatoarele de amplitudine cu rezistoare neliniare şi cele cu bobine neliniare, prezentindu-se teoria modulării de amplitudine cu bobine neliniare polarizate în curent continuu. Plecînd de la această analogie se stabilesc noi scheme de principiu pentru modulatoarele magnetice, atît pentru excitaţie — tensiune sinusoidală—cît şi pentru excitaţie — curent sinusoidal .Sint descrise citeva posibilităţi de utilizare a acestor modulatoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.371.734

UNELE CONSIDERAȚII ASUPRA MEGOHMMETRULUI ROMÂNESC DE 500/1 000 V

DE

M. ANTONIU

1. Justificarea problemei

Megohmmetrele logometrice produse în țara noastră : MT 5/10 (500/1 000 V) și MT-25 (2 500 V) [1], pe lîngă unele calități ce le-au impus în exploatare au și unele neajunsuri ca, de exemplu, limita superioară de măsură redusă și consum mare de energie de la sursa primară, ceea ce impune căutarea unor noi soluții constructive care să permită înlăturarea acestor inconveniente.

Unele probleme de perfecționare a aparatului MT-25 au fost analizate în cîteva lucrări anterioare [2]...[4]; în cele ce urmează se prezintă rezultatele cercetărilor legate de îmbunătățirea performanțelor aparatului MT 5/10.

Aceste cercetări au fost abordate pe două căi și anume :

a) Reproiectarea aparatului actual, pe baza acelorași piese și componente, schimbînd, eventual, numai logometrul.

b) Construirea unui megohmmetru de tipul cu microampermetru și stabilizator de tensiune.

Deși a doua cale conduce la un aparat mai complet și mai avantajos — fapt dovedit și prin aceea că, în ultimul timp, firmele străine aleg de regulă această cale — ea nu va fi adoptată în cazul de față, deoarece reclamă o piesă din import (microampermetrul) și, în plus, nu interesează întreprinderea noastră constructoare (ICEMENERG, Sibiu).

De aceea, în lucrarea de față se prezintă numai rezultatele cercetărilor legate de perfecționarea aparatului MT 5/10 prin reproiectarea acestuia, cercetări concretizate într-un aparat la care consumul de la baterie este de două ori mai mic (1,05 W față de 2,15 W), iar limita superioară de măsură de două ori mai mare (800 MΩ față de 400 MΩ) decît la actualul tip ; în plus permite schimbarea limitelor de măsură la schimbarea tensiunii de lucru. Acest aparat ar putea servi ca punct de plecare pentru viitorul megohmmetru românesc de 500/1 000 V.

2. Critica megohmmetrului românesc de 500/1 000 V

Schema electrică a aparatului MT 5/10 este indicată în fig. 1, unde bateria b(2 × 4,5 V — 3R 12), tranzistoarele T_1 și T_2 (EFT 323), rezistențele R'_1, R'_2 (1,2 kΩ), R_3(150 Ω) și R_4(4,7 kΩ), condensatoarele c (25 μF) și C' (0,1 μF),

*) Prezentată la sesiunea științifică comună Universitatea — Electroputere, Craiova, aprilie 1974.

transformatorul T ($n_1 = 2 \times 40$, $n_2 = 2\,100/3\,800$, $n_3 = 2 \times 30$ spire, miez de 1,4 cm^2 secțiune din tolă Fe-Si, format E + I 6,4/0,33 mm) alcătuiesc un invertor în contratimp care furnizează la ieșire tensiunea $U_2 \approx (n_2/n_1)\, U_b$ la frecvența $f = 400$ Hz. Această tensiune este aplicată unui redresor dublor de tensiune, format din diodele $D_1 \ldots D_4$ (E - 407) și condensatoarele $C_1 \ldots C_4$ (0,01 μF/1 000 V), la ieșirea căruia se obține tensiunea înaltă continuă, U, necesară alimentării blocului de măsură format din logometrul L, rezistențele R_1 (1,5 MΩ) și R_2(2 MΩ) și rezistența de măsurat R_x. Aparatul intră în funcțiune la închiderea întrerupătorului (tip buton) K_1, iar tensiunile de lucru sînt selectate cu ajutorul comutatorului (rotativ) K_2 ; în poziția *5* se obține $U \approx 500$ V iar în poziția *10*, $U \approx 1\,000$ V.

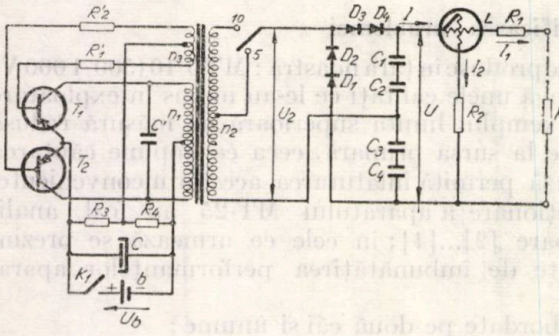


Fig. 1

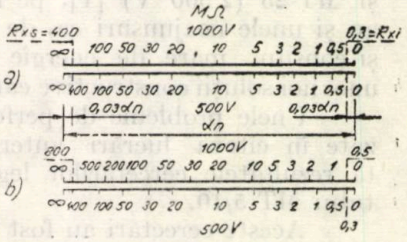


Fig. 2

În fig. 2 *a* se prezintă forma scării gradate a acestui aparat. Diviziunea de 400 MΩ, care corespunde limitei superioare de măsură (R_{xs}) conform cu [5], a fost trasată ulterior, iar restul diviziunilor sînt cele de la scara originală. Din figură rezultă că limita superioară de măsură este coborîtă (400 MΩ), ceea ce are drept consecință faptul că acest aparat nu poate fi utilizat la măsurarea rezistenței de izolație la mașinile și instalațiile moderne cu izolație pe bază de rășini sintetice, unde această rezistență este sensibil mai mare decît valoarea menționată. Pentru eliminarea acestui inconvenient este necesar un logometru mai sensibil.

Din fig. 2 *a* se mai observă că la ambele valori ale tensiunii de lucru (500 și 1 000 V) domeniul de măsură rămîne același (0 ... 400 MΩ), ceea ce constituie un alt dezavantaj metrologic. Acest neajuns se datorește modului de conectare a logometrului (fig. 1), care antrenează și un serios inconvenient energetic la trecerea de pe treapta de 500 V — pentru care este dimensionată rezistența R_2, spre a limita pe I_2 la valoarea necesară asigurării unui cuplu stabilizant corespunzător pentru mecanismul logometrului — pe treapta de 1 000 V, deoarece valoarea curentului I_2 se dublează ; se dublează de asemenea și valoarea de scurtcircuit ($R_x = 0$) a curentului I_1. Ambele duc la o supraîncărcare inițială a convertorului ce se traduce printr-o creștere importantă a consumului de la baterie (I_b), care chiar pe treapta de 500 V este exagerat de mare. Pentru eliminarea acestor două inconveniente este necesară modificarea schemei blocului de măsură.

Semnificația noțiunilor de limită superioară (R_{xs}) și inferioară (R_{xi}) de măsură la un megohmmetru este dată în fig. 2 *a*, unde α_n reprezintă unghiul total al scării gradate.

În fig. 3 se arată caracteristicile blocului de alimentare, ridicate experimental pentru U_b = =8,2 V = const. (valoarea mijlocie cuprinsă între cea maximă, 9 V și minimă, 7,4 V) și K_2 în poziția *10*, unde

$$(1) \quad R_i = \frac{E - U}{I}$$

și

$$(2) \quad \eta = \frac{UI}{U_b I_b} \cdot 100 \ [\%]$$

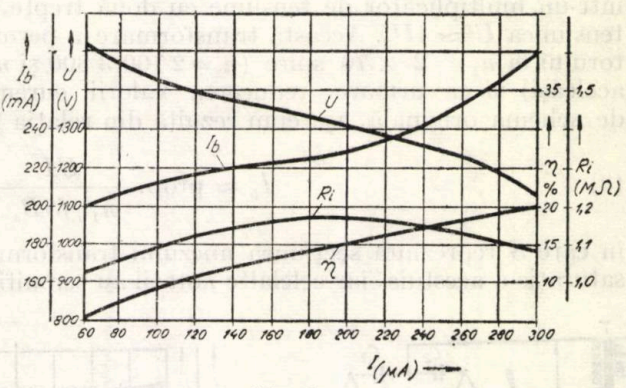


Fig. 3

reprezintă rezistența la ieșire [6] și respectiv randamentul acestuia, în care E este valoarea tensiunii U la gol ($I = 0$), iar celelalte notații au semnificația din fig. 1.

O examinare sumară a acestor curbe arată că $U(I)$ și $R_i(I)$ sînt satisfăcătoare, că randamentul este foarte mic (max. 20%) și că valoarea curentului absorbit de la baterie, I_b = 240 ... 280 mA, este exagerat de mare, cu mult peste limita superioară admisă pentru bateria 3 R 12. Din acest motiv bateriile se epuizează rapid, ceea ce are drept efect o creștere a cheltuielilor de exploatare a aparatului.

Acest inconvenient se datorește faptului că numărul spirelor din primarul transformatorului (n_1) este redus și ca urmare, pentru asigurarea numărului de amperspire necesar aducerii miezului la saturație, în vederea basculării tranzistoarelor, este necesar un curent I_b de valoare mare [3]; rezultă deci că acest inconvenient poate fi eliminat numai pe calea reproiectării transformatorului T.

Observațiile de mai sus arată că aparatul MT 5/10, în forma lui actuală, prezintă următoarele inconveniente: consum exagerat de mare, limita superioară de măsură prea mică, fără a permite schimbarea limitelor de măsură. Pentru înlăturarea acestora s-a elaborat și experimentat o nouă schemă, care este prezentată în cele ce urmează.

3. Prezentarea aparatului propus

Schema electrică a acestuia (numai partea modificată), este arătată în fig. 4, unde R_5 (= 20 ... 50 MΩ) este o rezistență necesară descărcării condensatoarelor C_3 și C_4 la terminarea operației de măsurare (C_1 și C_2 se descarcă prin R_2), iar celelalte notații au semnificația din fig. 1. Se observă că, față de schema originală, s-au făcut modificări atît la blocul de alimentare cît și la blocul de măsură.

3.1. Blocul de alimentare

A fost modificat, pe baza concluziilor din [3]. Redresorul dublor de tensiune (fig. 1) a fost transformat, utilizînd aceleași diode și condensatoare, într-un multiplicator de tensiune cu două trepte, la ieșirea căruia se obține tensiunea $U \approx 4U_2$. Această transformare a permis rebobinarea transformatorului la $n_1 = 2 \times 70$ spire (n_2=2 100/3 800 și $n_3 = 2 \times 30$ spire rămînînd aceleași) și ca urmare, reducerea valorii curentului I_b la jumătate față de schema originală, așa cum rezultă din relația [6], [7]:

$$(3) \qquad I_b \approx \text{prop.} \frac{UI}{n_1 \eta f S B_s},$$

în care S reprezintă secțiunea miezului transformatorului, B_s — inducția de saturație a acestuia, iar celelalte notații au semnificațiile de mai înainte.

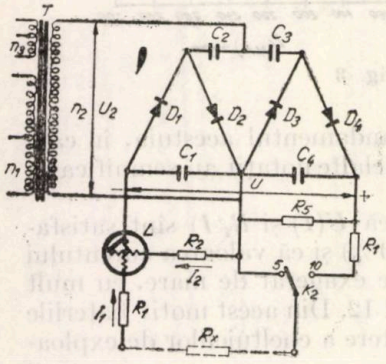


Fig. 4

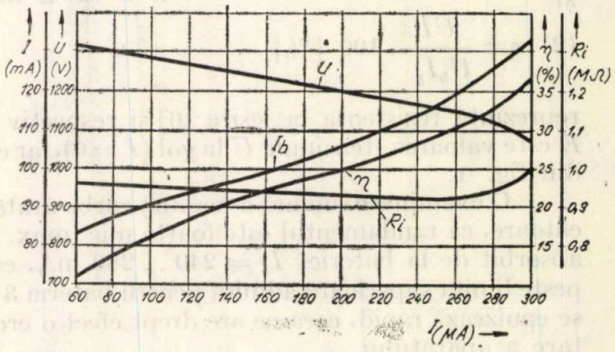


Fig. 5

În fig. 5 se reprezintă curbele caracteristice ale acestui bloc de alimentare, ridicate în aceleași condiții ca și cele din fig. 3. Se observă că I_b(= 80 ... 130 mA) se reduce la jumătate și că randamentul crește la dublu (max. 40%) față de schema originală, iar $U(I)$ și $R_i(I)$ rămîn aproximativ aceleași.

Pentru optimizarea funcționării convertorului în noua schemă au fost necesare unele ajustări ale rezistențelor R_1', R_2', R_3 și R_4 (fig. 1).

3.2. Blocul de măsură

Examinînd schema din fig. 4 se observă că pe treapta de 500 V (K_2 în *5*), blocul de măsură funcționează identic cu cel din fig. 1, situație în care sînt valabile relațiile:

$$(4) \qquad I_1 = \frac{U}{2(R_1 + R_x)}, \qquad (U \approx 1\,000\ V), \qquad (5) \quad I_2 = \frac{U}{2R_2}.$$

La trecerea pe treapta de 1 000 V (K_2 în *10*) curentul I_2 rămîne același iar I_1 devine:

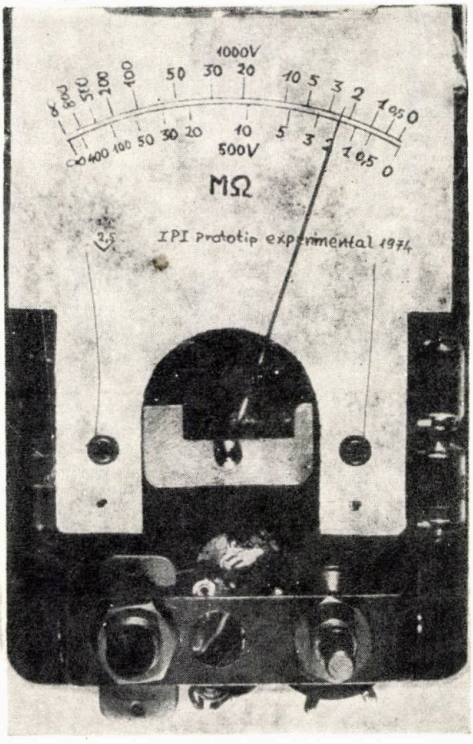


Fig. 6

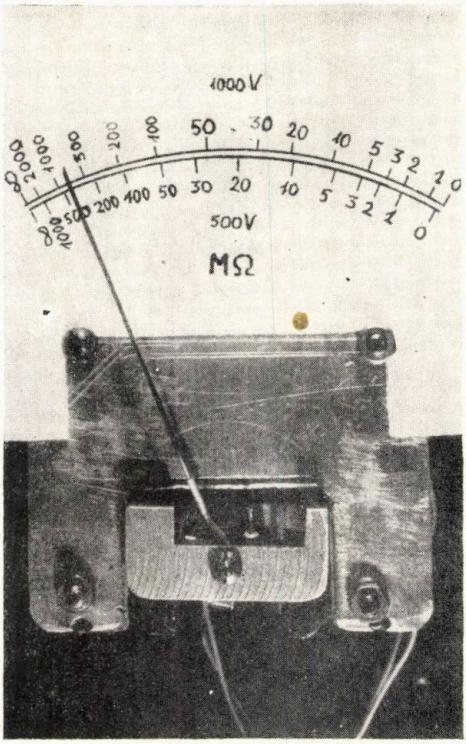


Fig. 7

$$I_1' = \frac{U}{2R_1 + R_x}. \tag{6}$$

Pentru $\alpha = \alpha_n$ (ce corespunde la $R_x = 0$), din relațiile (5) și (6) rezultă

$$I_{1n} = I_{1n}' = \frac{U}{2R_1}, \tag{7}$$

ceea ce arată că la trecerea pe treapta de 1 000 V valoarea nominală a curentului din bobina b_1 (I_{1n}) rămîne neschimbată. Pentru $\alpha = 0{,}03\alpha_n$, ce corespunde limitei superioare de măsură a rezistenței (fig. 2 *a*), din aceleași relații rezultă egalitățile :

$$I_{1s} = \frac{U}{2R_{xs}}, \quad I_{1s}' = \frac{U}{R_{xs}'}, \quad (R_1 \ll R_{xs}), \tag{8}$$

ce conduc la concluzia (la aceeași deviație a acului indicator $I_1 = I_1'$ deci și la $\alpha = 0{,}03\ \alpha_n$, $I_{1s} = I_{1s}'$), $R_{xs}' = 2R_{xs}$, cu alte cuvinte la treapta de 1 000 V limita superioară de măsură se dublează.

În fine, printr-o demonstrație similară cu cea din [2] se poate arăta că și pe treapta de 1 000 V (fig. 4) principiul de funcționare al logometrului (independența indicației α de tensiunea U) se conservă, modificîndu-se numai forma scării gradate.

Aceste concluzii teoretice sînt confirmate de rezultatele experimentale, concretizate în forma scării gradate a noului aparat (fig. 2 *b*), trasată în aceleași condiții ca și la aparatul MT 5/10 (fig. 2 *a*). Comparînd fig. 2 *a* cu fig. 2 *b* se observă că pe treapta de 500 V scările coincid la ambele aparate și că pe treapta de 1 000 V, la noul aparat, limita superioară de măsură este dublă (800 MΩ).

În fig. 6 se reprezintă megohmmetrul pe care s-a experimentat noua schemă, unde diversele notații au semnificația celor din fig. 5. Examinînd această construcție se poate observa că la noul aparat s-au folosit exact aceleași piese (logometru, reglete, miez pentru transformator, întrerupătoare etc.) și aceeași cutie ca la aparatul MT 5/10.

Aceste observații arată că la aparatul realizat după schema propusă, utilizînd aceleași piese și componente ca la aparatul MT 5/10, consumul de la baterie se reduce la jumătate, iar limita superioară de măsură (pe treapta de 1 000 V) crește la dublu față de MT 5/10.

De observat că această variantă a prototipului propus nu necesită cheltuieli suplimentare față de aparatul original și că poate fi realizat nu numai de către întreprinderea constructoare, ci și de către beneficiarii care dispun de un atelier de tip PRAM, prevăzut cu o dotare corespunzătoare.

3. 3. Creșterea limitei superioare de măsură

Pentru creșterea în continuare a limitei superioare de măsură este necesar, așa după cum rezultă din [8], un logometru mai sensibil. La logometrul aparatului MT 5/10, din cauza inducției mici în întrefier (max. 0,08 T), valoarea curentului I_{1s} este relativ mare ($\approx 1{,}3\mu A$), ceea ce revine la o valoare coborîtă a rezistenței R_{xs}.

În fig. 7 se indică schema unui logometru realizat pe baza circuitului magnetic al milivoltmetrului indicator MI-144p, „Electromagnetica", la care s-a folosit organul mobil (bobinele etc.) de la vechiul logometru ; la acest nou logometru s-a putut realiza o inducție în întrefier de max. 0,3 T [8], ceea ce a permis reducerea curentului I_{1s} la aproximativ 0,4 μA și deci creșterea rezistenței R_{xs} la 1 000 MΩ pe treapta de 500 V și 2 000 MΩ, pe cea de 1 000 V. În afară de aceasta, noul logometru permite reducerea volumului cutiei (prin reducerea înălțimii acesteia) cu aproximativ 20%.

Această variantă a prototipului propus necesită unele cheltuieli suplimentare, impuse de schimbarea tehnologiei, însă cîștigul obținut la performanțele aparatului compensează din plin asemenea cheltuieli.

4. Concluzii

1. Plecînd de la piesele și componentele megohmmetrului românesc de 500/1 000 V, prin reproiectarea blocului de alimentare și schimbarea modului de realizare a celor două trepte de tensiune, se poate obține un megohmmetru la care consumul de la baterie este de două ori mai mic, iar limita superioară de măsură de două ori mai mare decît la primul.

2. Schimbînd logometrul original cu unul mai perfecționat se poate obține în plus creșterea limitei superioare de măsură la aproximativ 1 000/2 000 MΩ, precum și reducerea cu 20% a volumului cutiei aparatului.

Primită la 30 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de Bazele electrotehnicii și măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1 * * * *Megohmmetrul electronic cu tranzistoare, tip MT 5/10, de 500/1 000* V. Metrologia aplicată, *3*, 140 (1969).
2. Antoniu M., *Posibilități de reducere a consumului de energie la megohmmetrul românesc de 25 000 V.* Calitatea producției și metrologie, *8* (1971).
3. Antoniu M., *O soluție simplă pentru reducerea consumului de energie la convertorul megohmmetrelor de fabricație românească.* Calitatea producției și metrologie, *4*, 242—247 (1974).
4. Antoniu M., *Posibilități de extindere a limitei superioare de măsură la megohmmetrul românesc de 2 500 V.* Electrotehnica, *5* (1972).
5. Arutiunov V. O., *Instrumente și aparate electrice de măsurat*, (trad. din l. rusă). Buc., 1952, 243.
6. Felea I. ș. a., *Circuite cu tranzistoare în industrie.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1964, cap. 10.
7. Săvescu M. ș. a., *Circuite electronice.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1969, cap. 11.
8. Antoniu M. ș. a., *O soluție pentru extinderea limitei superioare de măsură la megohmmetrul tranzistorizat de 2 500 V de fabricație indigenă.* Electrotehnica—Automatica—Electronica, *6—7* (1974).

QUELQUES CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LE MEGOHMMÈTRE ROUMAIN DE 500/1 000 V

(Résumé)

On montre que l'actuel megohmmètre roumain de 500/1 000 V a une grande consommation, ne permetant pas l'échange des limites de mesure à l'échange de la tension de travail et, en même temps, a le calibre supérieur très petit. On propose un megohmmèntre construit à partir des mêmes componentes au quel, par une simple modification du schéma, on peut éliminer les premières deux désavantages et par l'utilisation d'un logomètre plus sensible on peut éliminer encore la dernière.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.317.7

CU PRIVIRE LA REGLAJUL DURATEI DE COMUTARE A APARATELOR ELECTRONICE DE MĂSURĂ SENSIBILE LA FAZĂ*)

DE

ADRIAN CREȚU

1. Introducere

În principiu, un aparat de măsură sensibil la fază, electronic (A. S. F. E.), se compune dintr-un circuit de măsurare, format dintr-un galvanometru G și un „contact" electronic K, la care se adaugă un circuit auxiliar (de comandă), necesar pentru comanda închiderii și deschiderii „contactului" K (fig. 1). Circuitului de măsurare i se aplică semnalul alternativ u_m de măsurat, iar circuitului auxiliar i se aplică semnalul de comandă u_c, care are pulsația riguros egală cu pulsația ω a semnalului de măsurat; cele două semnale sînt defazate între ele cu un unghi reglabil în limite largi (0...360°).

Principalul dezavantaj al A. S. F. E. cunoscute [1], [2] etc., care limitează aplicațiile lor din domeniul măsurărilor electrice, comparativ cu cele ale vectormetrelor [1], constă în imposibilitatea reglării valorii duratei lor de comutare T_c[1]), aceasta fiind egală, în general, cu semiperioada $T/2$ a semnalului alternativ de măsurat. Există însă un mare număr de măsurători ca de exemplu: trasarea curbelor semnalelor alternative nesinusoidale, măsurarea valorii efective a armonicei fundamentale a unui semnal nesinusoidal, prin eliminarea armonicelor de ordin superior, măsurarea directă a valorilor instantanee ale semnalelor alternative (fără utilizarea unor circuite de derivare) etc., pentru efectuarea cărora sînt necesare aparate sensibile la fază cu durata de comutare reglabilă în limite largi (0...$T/2$). La frecvențe joase (în jurul a 50 Hz) aceste măsurători se pot efectua cu vectormetrele mecanice [1].

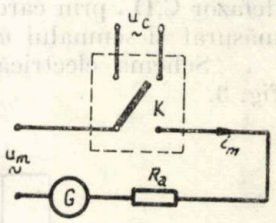


Fig. 1

În prezenta lucrare se descrie schema unui A.S.F.E. cu durata T_c reglabilă continuu, în limite foarte largi, care poate substitui vectormetrele în toate aplicațiile lor, prezentînd în raport cu acestea numeroase avantaje, cel mai important fiind domeniul de frecvențe mult mai larg (0...20 kHz).

---

*) Prezentată la cea de a IV-a sesiune științifică a Institutului de Metrologie, București, 24—25 septembrie, 1973.

[1]) Prin durată de comutare T_c (sau unghi de comutare ωT_c) se definește intervalul de timp (sau unghiul electric) dintr-o perioadă T a mărimii alternative de măsurat, în care „contactul" K al A. S. F. E. este închis, permițînd trecerea curentului i_m de măsurat prin galvanometrul G (fig. 1).

2. Schema și funcționarea A.S.F.E.

În fig. 2 este reprezentată schema bloc a A.S.F.E. propus.

În esență, la acest instrument, „contactul" K este realizat pe o punte simetrică $ABCD$ alcătuită din patru diode semiconductoare. Regimul de funcționare al punții este comandat de impulsuri dreptunghiulare, cu durata reglabilă în limite largi, aplicate diagonalei BD ; aceste impulsuri sînt obținute de la un circuit basculant monostabil C.B.M. Circuitul de măsurare al A.S.F.E. este cuplat în diagonala AC a punții $ABCD$.

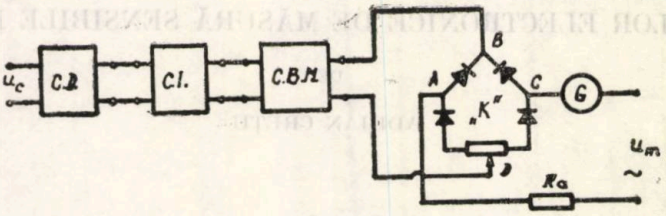


Fig. 2

Comanda C.B.M. este realizată cu impulsuri dreptunghiulare, de durată foarte mică, produse de un circuit de impulsuri C.I., electronic, comandat la rîndul său de tensiunea u_c, care are aceeași frecvență ca și tensiunea de măsurat u_m.

Momentul închiderii „contactului" K, respectiv momentul deblocării simultane a diodelor din puntea $ABCD$, este controlat cu ajutorul circuitului defazor C.D., prin care se reglează unghiul de defazaj dintre semnalul u_m de măsurat și semnalul u_c de comandă.

Schema electrică completă a A.S.F.E. analizat este reprezentată în fig. 3.

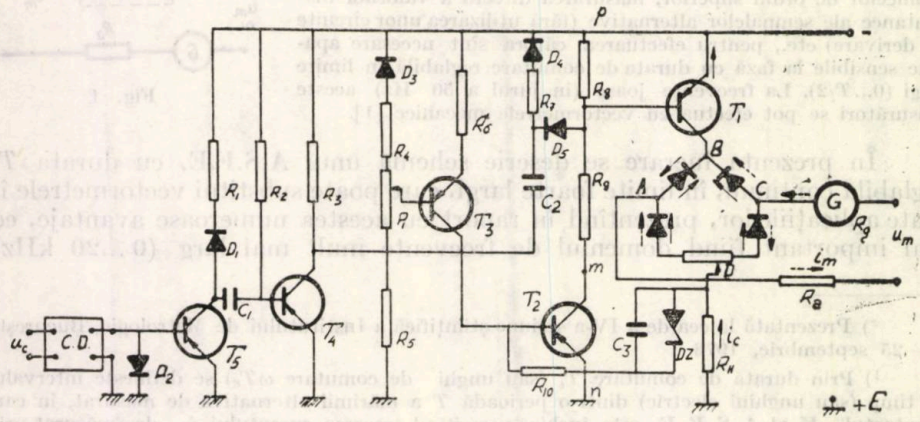


Fig. 3

Puntea simetrică *ABCD*, utilizată pentru prima dată drept comutator de măsură de către G. S é g u i e r [2], este constituită din patru diode cu siliciu, pe cît posibil cu caracteristici identice și un potențiometru P_2, pentru simetrizare. Diagonala *BD* a punții este introdusă în circuitul de colector al tranzistorului T_1 care, împreună cu tranzistoarele T_2 și T_3, formează un circuit basculant monostabil, cu tranzistoare de tip diferit, controlat prin tensiune [3]. Tranzistoarele T_1 și T_3 trebuie să fie de tip *npn*, cu siliciu, iar tranzistorul T_2 de tip *pnp*. Particularitatea C.B.M. cu tranzistoare complementare utilizat, constă în aceea că în starea sa stabilă ambele tranzistoare T_1 și T_2 sînt saturate, iar în starea nestabilă cele două tranzistoare sînt simultan blocate ; tranzistorul T_3 joacă rolul de generator de curent constant pentru baza tranzistorului T_2.

Atît timp cît pe baza tranzistorului T_1 nu se aplică nici un semnal negativ din exterior, C.B.M. rămîne în starea stabilă, tranzistoarele T_1 și T_2 fiind saturate. În acest interval de timp tensiunea reziduală pe tranzistorul T_1 este practic neglijabilă, astfel că întreaga tensiune (E) de alimentare a C.B.M. se va aplica diagonalei *BD* a punții *ABCD* înseriată cu rezistența de colector R_{11} ; toate cele patru diode ale punții vor fi deschise, punctele lor de funcționare fiind plasate în zona medie a porțiunilor liniare ale caracteristicilor lor volt—amper. Diodele vor fi parcuse în sensul direct de curentul i_c de comandă, indicat în fig. 3 prin săgeți continue.

Dacă în această situație, se aplică circuitului de măsurare o tensiune alternativă u_m, diodele punții fiind deblocate, prin galvanometrul G va circula un curent :

$$i_m \approx \frac{u_m}{R_a}, \tag{1}$$

întrucît rezistențele directe ale celor patru diode, rezistența potențiometrului P_2 și rezistența galvanometrului G sînt neglijabile în raport cu rezistența adițională R_a ; parcursul curentului i_m, pentru o alternanță a tensiunii u_m, este reprezentat prin săgeți întrerupte.

În momentul aplicării unui impuls negativ pe baza lui T_1, C.B.M. trece în stare nestabilă ; tranzistoarele T_1 și T_2 se blochează practic simultan. Durata intervalului de timp T_i în care C.B.M. va rămîne în stare nestabilă se determină cu relația [3] :

$$T_i = \frac{C_3 U_z}{I_3}, \tag{2}$$

în care : U_z este tensiunea cu care se încarcă condensatorul C_3, valoarea acesteia fiind impusă de dioda Zener D.Z., iar I_3—curentul din circuitul de colector al tranzistorului T_3.

În intervalul de timp T_i diodele punții *ABCD* vor fi de asemenea simultan blocate ; regimul de blocare al diodelor va fi cu atît mai perfect cu cît curentul invers al tranzistorului T_1 va fi mai redus. Puntea *ABCD* fiind blocată, curentul i_m produs de tensiunea u_m prin circuitul de măsură va fi practic nul în întreg intervalul de timp T_i, adică :

$$i_m \approx 0. \tag{3}$$

Revenirea C.B.M. de la starea nestabilă la starea stabilă se va realiza practic instantaneu deoarece mărimea constantei de timp $R_{10}C_3$, determinată pentru acest regim tranzitoriu, este practic neglijabilă.

Comanda C.B.M. se efectuează cu impulsuri negative, de scurtă durată, avînd frecvența egală cu frecvența semnalului u_m de măsurat, aplicate pe baza tranzistorului T_1 prin intermediul condensatorului de cuplaj C_2. Aceste impulsuri se obțin de la un circuit de impulsuri C.I. realizat cu două tranzistoare T_4 și T_5, cu germaniu, identice. Comanda circuitului de impulsuri C.I. se realizează prin intermediul unui circuit defazor C.D., cu o tensiune u_c alternativă avînd frecvența riguros egală cu frecvența semnalului u_m; de obicei tensiunea u_c se obține de la aceeași sursă ca și tensiunea u_m.

Dacă T este perioada semnalului alternativ u_m de măsurat, iar T_t reprezintă intervalul de timp cît tranzistorul T_1 și puntea $ABCD$ sînt blocate, durata de comutare a A.S.F.E. propus, egală cu intervalul de timp în care puntea $ABCD$ este deblocată, se va calcula cu relația :

$$T_c = T - T_t = T - \frac{C_3 U_z}{I_3}. \tag{4}$$

Din analiza relației (4) se poate constata ușor că A.S.F.E. permite reglarea duratei de comutare în limite foarte largi, prin modificarea valorii capacității C_3 și a curentului I_3. Practic, reglajul brut al duratei T_c se va realiza prin variația în trepte a capacității C_3, iar reglajul fin se va efectua prin reglarea continuă a curentului I_3, cu ajutorul potențiometrului P_1 conectat în baza tranzistorului T_3.

Verificarea și corectarea mărimii duratei de comutare, în orice moment al măsurării, se poate realiza ușor prin măsurarea tensiunii continue $U_{np} = E$ și a valorii medii $U_{mp\,med}$ a tensiunii dreptunghiulare U_{mp}, cu ajutorul unui voltmetru magnetoelectric ; durata T_c va fi dată de expresia :

$$T_c \approx \frac{U_{mp\,med}}{E} T, \tag{5}$$

în care T este perioada semnalului u_m de măsurat. Relația (5) rezultă ținînd seama că forma impulsurilor obținute între punctele mp, mn, pb, BD și Dn este rectangulară, deoarece trecerea tranzistoarelor T_1 și T_2 dintr-un regim de funcționare în celălalt se realizează practic instantaneu.

3. Expresia deviației A.S.F.E.

Posibilitatea reglării duratei de comutare mărește considerabil aria aplicațiilor A.S.F.E. prezentat, comparativ cu posibilitățile de utilizare ale instrumentelor sensibile la fază, electronice, cunoscute.

a) Se va trata în primul rînd cazul mai general al utilizării acestui instrument în curent alternativ nesinusoidal.

În fig. 4 s-a reprezentat curba tensiunii nesinusoidale u_m aplicată circuitului de măsurare al A.S.F.E. și curba curentului dreptunghiular i_c, care comandă „contactul" (puntea $ABCD$) acestui instrument ; curentul i_c este în fază cu tensiunea u_c aplicată circuitului defazor C.D.

Fie ωT_c unghiul de comutare al instrumentului (reglabil în limitele 0 ... 180°) și φ unghiul de defazaj dintre momentul trecerii prin maxim a semnalului u_m de măsurat, marcat pe fig. 4 prin unghiul γ și momentul corespunzător mijlocului unghiului ωT_c. Unghiul φ care determină momentul închiderii „contactului" A.S.F.E. poate fi reglat în limitele 0 ... 360° cu ajutorul circuitului defazor C.D. Se poate observa în plus că, în cazul particular în care $\omega T_c = \pi$ și $\gamma = \pi/2$, unghiul φ este egal și cu defazajul dintre tensiunea u_m și curentul i_c (sau tensiunea u_c).

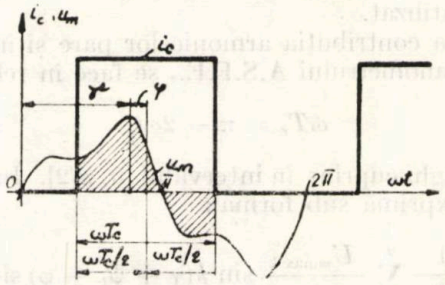


Fig. 4

Indicația α a galvanometrului G din circuitul de măsurare al A.S.F.E., proporțională cu valoarea medie a curentului i_m, produs de tensiunea u_m, efectuată pe o perioadă a curentului i_c, va fi:

$$\alpha = S_I \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma+\varphi-\frac{\omega T_c}{2}}^{2\pi+\gamma+\varphi-\frac{\omega T_c}{2}} i_m(\omega t)\, \mathrm{d}(\omega t). \tag{6}$$

Introducînd expresiile (1) și (3) în (6) se o bține:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma+\varphi-\frac{\omega T_c}{2}}^{\gamma+\varphi+\frac{\omega T_c}{4}} \frac{1}{R_a}\, u_m(\omega t)\, \mathrm{d}(\omega t). \tag{7}$$

Dacă se admite că tensiunea nesinusoidală u_m are componenta continuă nulă, dezvoltarea ei în serie F o u r i e r va fi dată de expresia:

$$u_m(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{m\max k} \sin k(\omega t + \psi_k). \tag{8}$$

Prin înlocuirea expresiei (8) în (7) și efectuarea tuturor calculelor necesare rezultă în final:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{\pi R_a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{m\max k}}{k} \sin k(\gamma + \psi_k + \varphi) \sin k \frac{\omega T_c}{2}. \tag{9}$$

Deci deviația α depinde de sensibilitatea S_I a galvanometrului G, de amplitudinile $U_{m\max k}$ și fazele inițiale ψ_k ale tuturor armonicelor semnalului u_m de măsurat, de durata T_c de comutare și de momentul închiderii „contactului" A.S.F.E. utilizat.

Pentru a separa contribuția armonicelor pare și impare ale semnalului u_m la indicația galvanometrului A.S.F.E., se face în relația (9) substituția:

$$\omega T_c = \pi - 2\omega t_c, \tag{10}$$

în care ωt_c este un unghi cuprins în intervalul $[0, \pi/2]$. În urma acestei substituții relația (9) se exprimă sub forma:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{\pi R_a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{m\max k}}{k} \sin k(\gamma + \psi_k + \varphi) \sin k\left(\frac{\pi}{2} - \omega t_c\right). \tag{11}$$

Deoarece $\sin (k\pi/2) = 0$ și $\cos (k\pi/2) = (-1)^p$ pentru $k = 2p$, iar $\sin (k\pi/2) = (-1)^{p-1}$ și $\cos(k\pi/2) = 0$ pentru $k = 2p - 1$, $(p = 1, 2, 3, \ldots m)$, relația (11), după efectuarea tuturor calculelor, devine:

$$\begin{aligned} \alpha \approx {} & S_I \frac{1}{\pi R_a} \sum_{k=2p-1}^{\infty} (-1)^{p-1} \frac{U_{m\max k}}{k} \sin k(\gamma + \psi_k + \varphi) \cos k\omega t_c - \\ & - S_I \frac{1}{\pi R_a} \sum_{k=2p}^{\infty} (-1)^p \frac{U_{m\max k}}{k} \sin k(\gamma + \psi_k + \varphi) \sin k\omega t_c. \end{aligned} \tag{12}$$

b) Atît expresia (9) cît și (12) pot fi ușor particularizate pentru cazul în care semnalul de măsurat este o tensiune sinusoidală de forma:

$$u_m(\omega t) = \sqrt{2}\, U_m \sin \omega t. \tag{13}$$

Într-adevăr, deoarece în acest caz $k = 1$, $\psi_k = 0$, $\gamma = \pi/2$ și $U_{m\max} = \sqrt{2}\, U_m$, din relația (9) se obține:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{\pi R_a} \sqrt{2}\, U_m \cos \varphi \sin \frac{\omega T_c}{2}, \tag{14}$$

sau, întrucît $\sqrt{2/\pi} = 1/2k_f$, iar $U_m/R_a = I_m$:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{2k_f} I_m \cos \varphi \sin \frac{\omega T_c}{2}, \tag{15}$$

în care k_f este factorul de formă al semnalului (13). Este ușor de observat că, în curent alternativ sinusoidal, pentru a se asigura o sensibilitate maximă, în măsurătorile în care este posibil, trebuie ca A.S.F.E. să lucreze cu durata T_c

egală cu semiperioada $T/2$ a semnalului sinusoidal de măsurat, în acest caz relația (15) exprimîndu-se sub forma cunoscută [1]:

$$\alpha \approx S_I \frac{1}{2k_f} I_m \cos \varphi. \tag{16}$$

c) În sfîrșit, în cazul utilizării A.S.F.E. analizat pentru măsurarea valorilor instantanee ale semnalelor alternative și pentru trasarea formei curbelor acestor semnale, situații în care pentru asigurarea unei precizii acceptabile se va lucra cu durate de comutare T_c mai mici decît $T/50$, deviația α a aparatului va avea expresia:

$$\alpha \approx S_I \frac{T_c}{T} \cdot \frac{u_m(\varphi)}{R_a} = S_I \frac{T_c}{T} i_m(\varphi), \tag{17}$$

respectiv

$$\alpha \approx S_I \frac{T_c}{T} \cdot \frac{u_m(\omega t)}{R_a} = S_I \frac{T_c}{T} i_m(\omega t). \tag{18}$$

Expresiile (17) și (18) rezultă pe baza faptului că, la o durată de comutare egală cu o fracțiune din perioada T a semnalului u_m de măsurat, se poate admite că valoarea medie I_{mmed} a curentului din circuitul de măsurare, calculată pe o perioadă a curentului i_c (sau a tensiunii u_c) de comandă, este practic egală cu valoarea instantanee i_m a acestui curent. Prin reglarea unghiului φ, în limitele 0 ... 360°, se poate testa întreaga curbă $u_m(\omega t)$, respectiv $i_m(\omega t)$.

Expresiile (12), (14) ... (17) ale deviației α pun în evidență majoritatea posibilităților de utilizare ale A.S.F.E. studiat. Astfel, în curent alternativ sinusoidal, așa cum rezultă din relațiile (14) ... (16), instrumentul descris poate fi folosit pentru măsurarea valorilor efective ale curenților și tensiunilor, măsurarea defazajelor dintre două semnale, măsurarea componentelor activă și reactivă ale unui semnal, ca instrumente de nul sensibile la fază etc.

Principalele utilizări ale instrumentului analizat, în domeniul curenților alternativi nesinusoidali, puse în evidență de relațiile (12) și (17) sînt următoarele: eliminarea armonicelor nedorite din spectrul unui semnal nesinusoidal (prin alegerea unor unghiuri ωt_c de valoare convenabilă), măsurarea valorii efective a armonicei fundamentale a unui semnal oarecare, studiul proprietăților materialelor feromagnetice aflate în cîmpuri magnetice alternative, măsurarea directă a valorilor instantanee ale semnalelor alternative indiferent de forma lor, trasarea formei curbelor semnalelor alternative etc.

4. Concluzii

1. Se prezintă schema și funcționarea unui aparat de măsură sensibil la fază, realizat cu dispozitive semiconductoare, care poate substitui, în toate aplicațiile lor, atît vectormetrele mecanice cît și pe cele electronice.

2. În raport cu instrumentele sensibile la fază, electronice, existente, aparatul descris prezintă următoarele avantaje: a) permite reglarea duratei de comutare în limite foarte largi; b) permite de asemenea verificarea și corectarea valorii duratei de comutare în orice moment al măsurării, printr-un procedeu

foarte simplu ; c) ca urmare a avantajelor arătate, acest instrument are posibilități mult mai mari de utilizare în domeniul măsurărilor electrice și magnetice, atît în curent alternativ sinusoidal cît și nesinusoidal ; d) are o precizie de măsurare bună, comparabilă cu precizia vectormetrelor mecanice ; e) poate fi utilizat și în alte domenii, de exemplu ca generator de impulsuri rectangulare cu temporizarea reglabilă în limite largi.

3. Asupra posibilităților de utilizare și asupra erorilor de măsurare ale A.S.F.E. descris se va reveni într-o lucrare ulterioară.

Primită la 14 februarie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini electrice și electrotehnică generală

BIBLIOGRAFIE

1. Grave H. F., *Gleichrichter-Meßtechnik*. Leipzig, 1957.
2. Séguier G., *Fonctionnement et applications du pont symétrique a quatre diodes*. R. G. É., *1*, 35 (1962).
3. Doboș L., *Circuite basculante în practica radioamatorilor*. Ed. Tehn., Buc., 1972.
4. Crețu Adr., Suchar I., *Redresor sensibil la fază, electronic*. Invenție, OSIM, Nr. *73 962*, 24 febr. 1973.

CONSIDÉRATIONS SUR LE RÉGLAGE DE LA DURÉE DE COMMUTATION DES INSTRUMENTS ÉLECTRONIQUES DE MESURE SENSIBLES À LA PHASE

(Résumé)

On présente le schéma et le fonctionnement d'un instrument de mesure sensible à la phase, réalisé avec des semiconducteurs, sa durée de comutation pouvant être réglée de manière continue, dans un domaine vaste. L'instrument peut substituer les vectormètres dans toutes leurs applications.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.313.333. 681.14

ÜBER DIE BENÜTZUNGSMÖGLICHKEIT DES DIGITALRECHNERS FELIX C-256 ZUR ANALYSE DES BETRIEBS DER ASYNCHRONMOTOREN DIE WEBSTUHLE ANTREIBEN

VON

NONEL THIRER, IOSIF BERGMAN und ADRIANA PRISĂCARU

1. Vorwort

Die Arbeitstregime der mit konstanter oder mit langsam veränderlicher Last belasteten Asynchronmotoren können mit graphischen (Kreisdiagramm) oder rechnerischen Methoden (K l o s s'schen Formel) berechnet werden. Diese Methoden sind aber für den Fall der schnell zeitlich veränderlichen Lasten (Kompressoren, Webstuhle u. s. w.), weil eine ganze Reihe Erscheinungen nicht herausgeforscht werden können, nicht mehr anwendbar.

In der Reihenfolge einiger unserer Studien über den asynchronen Antriebsmotoren für Webstuhle [1], [2], werden hier einige Betriebseigenschaften des Motors mit den Digitalrechner herausgeforscht.

Die in [1] und [2] angewendeten Rechenmethoden konnten nur mit einer Reihe Vernachlässigungen was das genaue Zeitverfahren der Drehzahl der Hauptwelle des Webstuhls und einige der Motorparameter anbetrifft, angewendet werden.

Einige Betriebsprobleme der variable Lasten antreibenden Asynchronmotoren sind in [3] erläutert.

In der vorliengenden Arbeit werden besonders die Einzelheiten der Programmierung der Digitalrechner zur Auflösung der Differentialgleichungen des Asynchronmotors studiert.

2. Die Auflösung der Betriebsgleichungen des bei schnell veränderlicher Last arbeitenden Asynchronmotors

In dieser Arbeit werden mit einigen Änderungen, die in [1] genützten Gleichungen für den nichtstationären Betrieb des Asynchronmotors aufgelöst. Es ist von einer in [4] gegebenen komplexen Schreibungsart, im synchronen Koordonatensystem die Rede:

$$\frac{\underline{u}_s}{L_s} = \frac{R_s}{L_s}\underline{i}_s + \frac{\mathrm{d}\underline{i}_s}{\mathrm{d}t} + k_s\frac{\mathrm{d}\underline{i}_r}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega_1(\underline{i}_s + k_s\underline{i}_r), \tag{1}$$

$$0 = \frac{R_r}{L_r}\underline{i}_r + k_r\frac{\mathrm{d}\underline{i}_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\underline{i}_r}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}(\omega_1 - \omega)(k_r\underline{i}_s + \underline{i}_r). \tag{2}$$

Die Formelzeichen bedeuten :

$$\underline{u}_s = U_1 \sqrt{2}\, \varepsilon^{j\gamma_0}, \tag{3}$$

die einer Ständerphase des Motors aufgedrückte Spannung, γ_0—die Anfangsphasenlage, $U_1 = 220$ V, R_s,R_r — die Widerstände einer Phase der Ständer-, bzw. der Läuferwicklung,

$$k_s = \frac{L_m}{L_s}, \quad k_r = \frac{L_m}{L_r}, \tag{4}$$

wo L_s, L_r, L_m — die Ständer-, bzw. Läufergesamtinduktivitäten und die Gegeninduktivität sind,

$$\underline{i}_s = i_{sa} + j i_{sr}, \quad \underline{i}_r = i_{ra} + j i_{rr} \tag{5}$$

— die Ständer- bzw. Läuferströme,

$$\omega_1 = 2\pi f = 100\,\pi \tag{6}$$

— die Kreisfrequenz des Wechlselstromes,

$$\omega = \frac{2\pi p \nu n}{60} \tag{7}$$

— die zur zweipoligen Maschine umgerechnete Winkelgeschwindigkeit, ν — das mechanische Übersetzungsverhältnis und $n = n(t)$ — der zeitliche Verlauf der Drehzahl, der tabelliert wurde. Durch die Trennung der Gleichungen (1) und (2) in reellen und imaginären Teilen gelangt man zu einen System von vier Differentialgleichungen ersten Ordens, folgender Form :

$$\begin{cases} \dfrac{di_{sa}}{dt} = f_1(t, i_{sa}, i_{sr}, i_{ra}, i_{rr}), & \dfrac{di_{sr}}{dt} = f_2(t, i_{sa}, i_{sr}, i_{ra}, i_{rr}), \\ \dfrac{di_{ra}}{dt} = f_3(t, i_{sa}, i_{sr}, i_{ra}, i_{rr}), & \dfrac{di_{rr}}{dt} = f_4(t, i_{sa}, i_{sr}, i_{ra}, i_{rr}). \end{cases} \tag{8}$$

Zur numerischen Integration des Systems (8) wurde die Methode Merson [6], welche die klassischen Varianten der Methode Runge-Kutta [7], [8] verbessert, gewählt. Das Mersonsche Verfahren ermöglicht die Berechung der Werte der abhängigen Variablen in einen gewissen Schritt als Funktion dessen Werten in den Vorangehenden und die Schätzung der für jeden Schritt erscheinenden Rechenfehler.

Ausgehend von den von Merson gegebenen Rechenrelationen wurde das in Abb. 1 dargestellte Flußdiagramm zusammengestellt und das Unterprogramm SNDM (N, YI, Y, YL, ER, K∅D, AUX) durch welchen die Lösung eines beliebigen Systems von N Differentialgleichungen ersten Ordens (oder zum ersten Orden reduzierbaren) möglich wird, geschrieben.

Die formellen Parameter des Unterprogrammes haben folgende Bedeutung : YI — N-dimensioneller Vektor der beim Eingang die Anfangswerte,

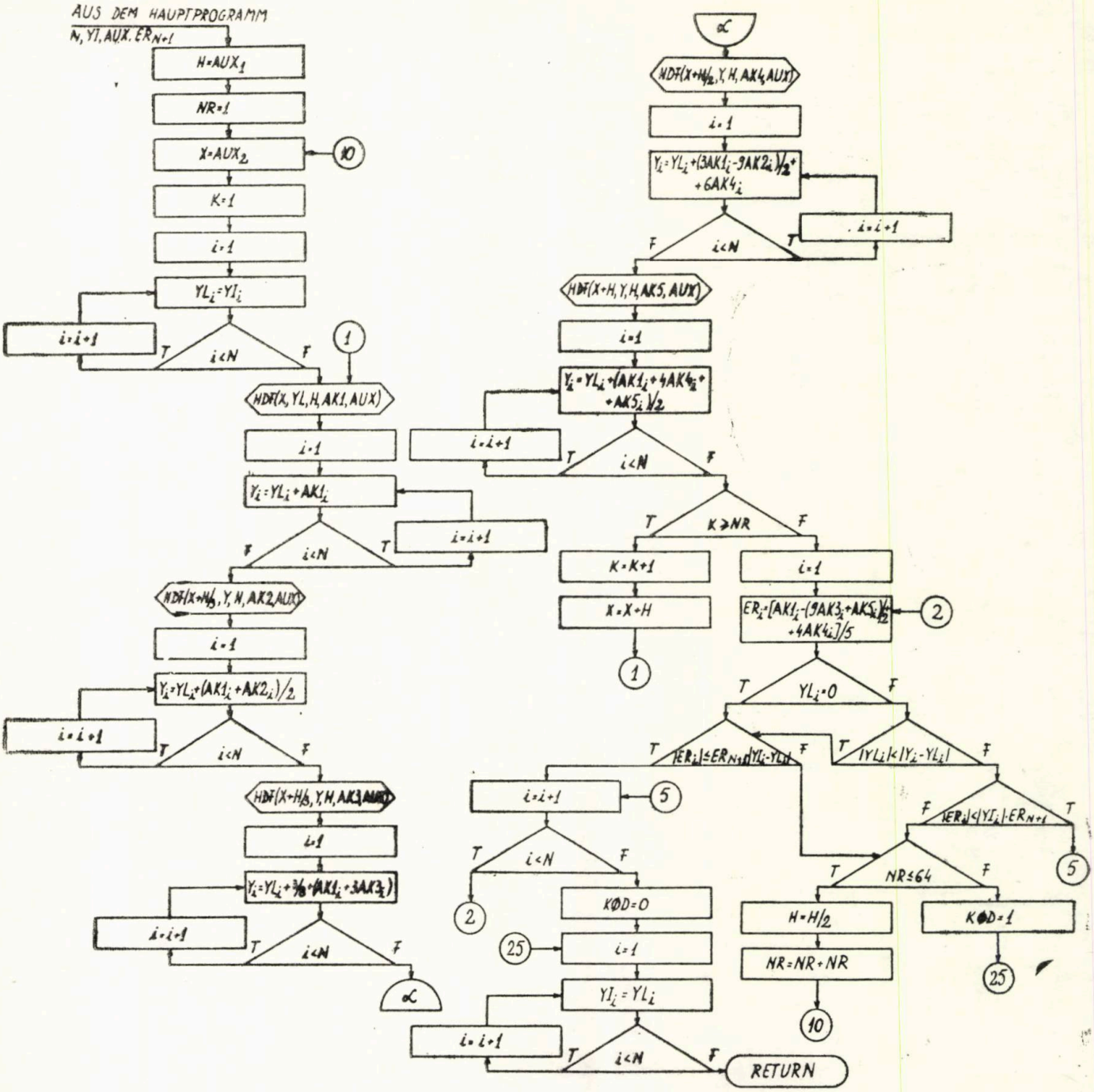
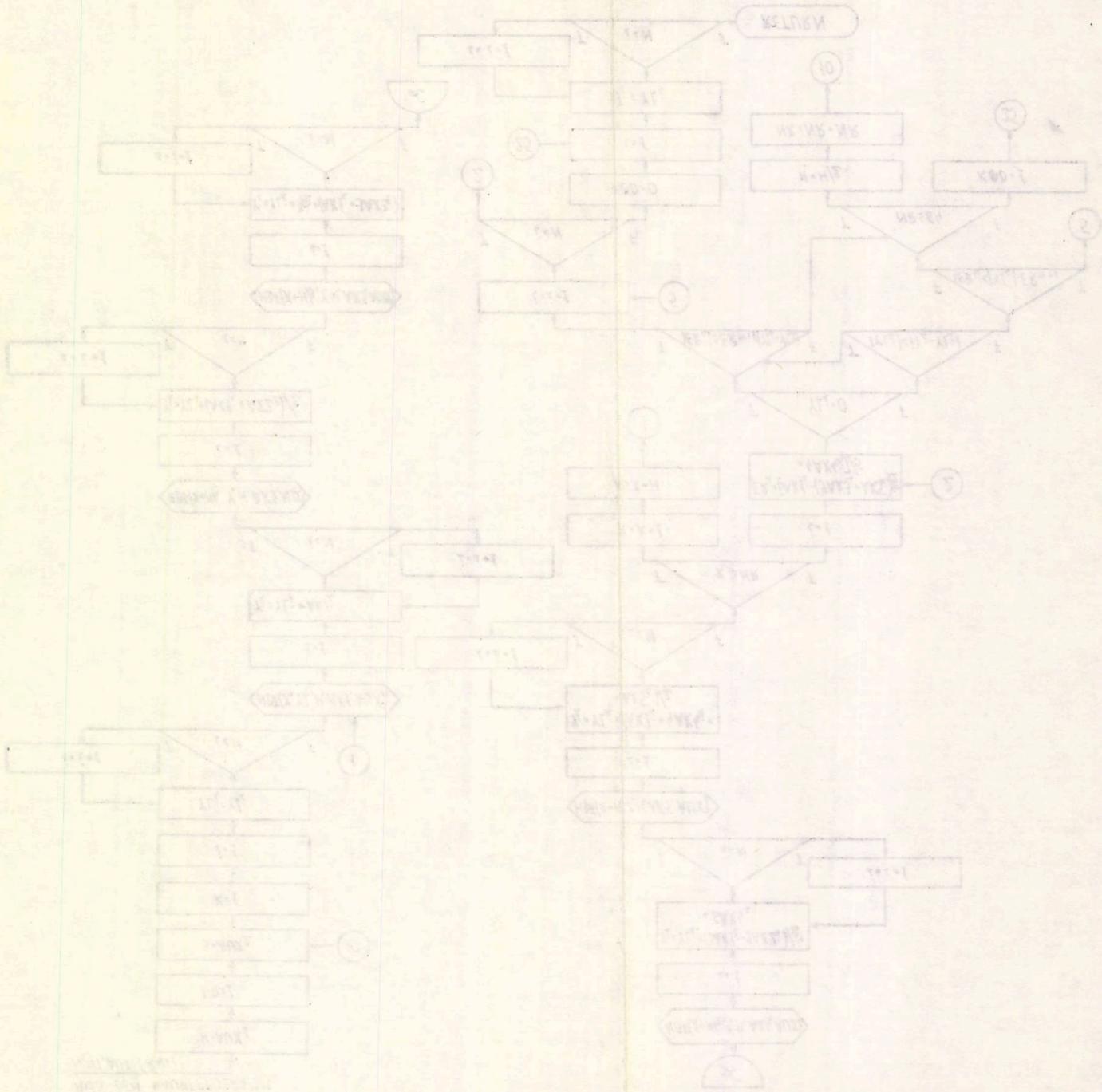

AUS DEM HAUPTPROGRAMM
N, YI, AUX, ER N+1
H=AUX1
NR=1
X=AUX2
10
K=1
i=1
YLi=YIi
i=i+1
T
i<N
F
1
HDF(X, YL, H, AK1, AUX)
i=1
Yi=YLi+AK1i
i=i+1
F
i<N
T
HDF(X+H/6, Y, H, AK2, AUX)
i=1
Yi=YLi+(AK1i+AK2i)/2
i=i+1
T
i<N
F
HDF(X+H/3, Y, H, AK3, AUX)
i=1
Yi=YLi+3/8*(AK1i+3AK3i)
i=i+1
T
i<N
F
∝
∝
HDF(X+H/2, Y, H, AK4, AUX)
i=1
Yi=YLi+(3AK1i-9AK2i)/2+6AK4i
i=i+1
F
i<N
T
HDF(X+H, Y, H, AK5, AUX)
i=1
Yi=YLi+(AK1i+4AK4i+AK5i)/2
i=i+1
T
i<N
F
T
K≥NR
F
K=K+1
X=X+H
1
i=1
ERi=[AK1i-(9AK3i+AK5i)/2+4AK4i]/5
2
T
YLi=0
F
T
|ERi|≤ERN+1|YLi-YLi|
F
T
|YLi|<|YIi-YLi|
F
i=i+1
5
T
i<N
F
2
KØD=0
25
i=1
YIi=YLi
i=i+1
T
i<N
F
RETURN
F
|ERi|<|YIi|ERN+1
T
5
T
NR≤64
F
H=H/2
NR=NR+NR
10
KØD=1
25

Abb. 1



und beim Ausgang die Lösungen des Systems enthält, was die Wiederaufnahme der Rechnungen in den nächsten Schritt, erleichtert ; Y, YL — N-dimensionelle Arbeitsvektoren, AUX — Vektor mit 4 Elemente ; AUX_1 — der Wert des Integrierungsschrittes ; AUX_2 — der Anfangswert der unabhängigen Variablen (bei uns die Zeit) ; AUX_3 und AUX_4 sind zur Verfügung des Benützers ; K⌀D — Fehlercode mit folgender Bedeutung : K⌀D = 0 — — normale Lösung, K⌀D = 1 — die gewünschte Prezision ε wurde nicht erziehlt ; ER — $(N + 1)$-dimensioneller Vektor, der die Stammfehler die bei der Berechnung der Lösungen erscheinen und den Parameter mit vorgeschriebener Prezision ($ER_{N+1} = \varepsilon$), enthält.

Das gemäß den Flußdiagramm aufgesetzte Unterprogramm ermöglicht die automatische Auswahl der Größe des Integrationsschrittes, im Sinne das falls nach der ersten Anwendung der Relationen von M e r s o n nicht die gewünschte Prezision erziehlt wird, so wird der Anfangsschritt in zwei geteilt und die Methode M e r s o n zwei Mahl nach einander angewendet. Dieses Verfahren wird soviel Mahl widerholt bis man die vorgeschriebene Prezision erlangt (K⌀D = 0) oder bis die Zahl der erlaubten Unterteilungen des Anfangsschrittes (64) überschritten wird (K⌀D = 1).

Um kleine Fehler auch für den langsam zeitlich veränderlichen abhängigen Variablen zu erziehlen, wird der folgende Test zur Überprüfung der Erziehlung der vorgeschriebenen Präzision :

$$\frac{|ER_i|}{\min(|YL_i|,\ |YI_i - YL_i|)} \leqslant \varepsilon, \tag{9}$$

wo YL_i die wahrscheinliche Lösung darstellt, genützt.

Für den SNDM wird ein besonderes Unterprogramm HDF (X, Y, H, AK, AUX), das die Bestimmung der Werte des Vektors AK, dessen Dimension gleich der Zahl der Gleichungen (8) ist ermöglicht, geschrieben:

$$AK_i = \overset{H}{3} f_i(X, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4).$$

Hier sind : H — der Integrierungsschritt, X — der Wert der unabhängigen Variablen (die Zeit), Y — ein Vektor der die Werte der abhängigen Variablen :

$$Y = i_{sa},\ Y_2 = i_{ra},\ Y_3 = i_{sr},\ Y_4 = i_{rr}$$

im Zeitgang X, enthält.

Weil die Drehzahlkurve $n(t)$ tabelliert wurde, enthalten AUX_3 und AUX_4 die der Zeiten AUX_2 und $AUX_1 + AUX_2$ entsprechende Werte n_1 und n_2. Die Drehzahl n zur Zeit $X \in AUX_1$ wird durch lineare Interpolierung, als Funktion von n_1 und n_2, berechnet.

Das Hauptprogramm dient also zur Auflösung des Systems (8) mit Hilfe des Untersprogramms SNDM, in jeden der 120 Punkte der Kurve $n = f(t)$.

Fur jeden Punkt werden auch die Leistungsfaktoren

$$\cos\varphi_s = \frac{i_{sa}}{\sqrt{i_{sa}^2 + i_{sr}^2}}, \qquad \cos\varphi_r = \frac{i_{ra}}{\sqrt{i_{ra}^2 + i_{rr}^2}}, \tag{10}$$

die Wirk-, Blind- und Scheinleistungen:

$$P = 3Ui_{sa},\quad Q = 3Ui_{sr},\quad S = 3U\sqrt{i_{sa}^2 + i_{sr}^2} \tag{11}$$

sowie das Drehmoment:

$$M = \frac{3}{2} L_s k_s (i_{sr} i_{ra} - i_{rr} i_{sa}) \tag{12}$$

berechnet.

Zugleich wurden die Mittelwerte während einer Periode für $\cos \varphi_s$, P, Q und S erziehlt.

3. Zahlenbeispiel

Die Differentialgleichungen des Asynchrommotors wurden für den folgenden Zahlenwerten aufgelöst:

$$U_1 = 220\ \text{V},\quad R_s = 7{,}42\ \Omega,\quad R_r = 5{,}8\ \Omega,\quad K_s = K_r = 0{,}96,\quad L_s = L_r = 0{,}68\ \text{H}$$

und $n(t)$ aus der Tabelle 1.

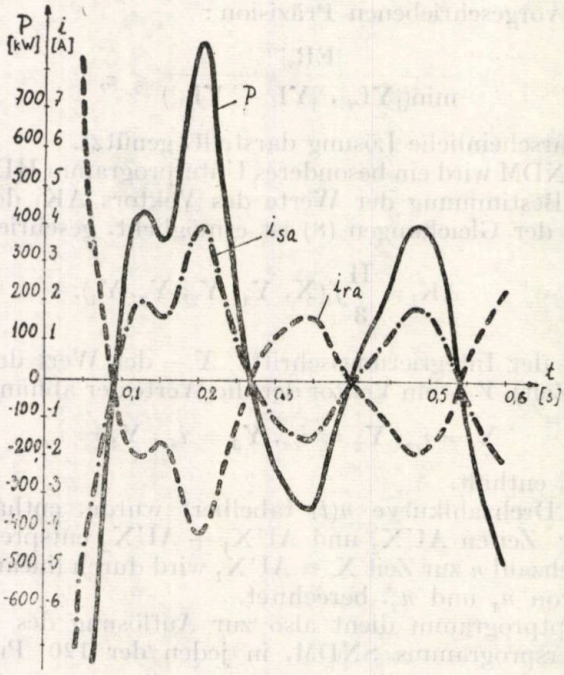


Abb. 2

Es werden die zeitlichen Verläufe der in den Ständer und Läufer fliessenden Wirkkomponenten i_{sa}, i_{ra} (Abb. 2) und Blindkomponenten i_{sr}, i_{rr} (Abb. 3) der Ströme sowie die aufgenommenen Wirk- und Blindleistungen P (Abb. 2) und Q (Abb. 3) gezeichnet.

Tabelle 1

t Sec	n U/Min	t Sec	n U/Min	t Sec	n U/Min
0	216	0,2	187	0,4	202
0,005	215,5	0,205	189	0,405	201,5
0,01	215	0,21	192	0,41	201,2
0,015	214,5	0,215	194,5	0,415	201
0,02	213,5	0,22	197	0,42	200,7
0,025	211,5	0,225	198,5	0,425	200,5
0,03	210,5	0,23	199,5	0,43	200
0,035	209	0,235	200,5	0,435	199
0,04	208	0,24	202	0,44	199
0,045	207	0,245	202,5	0,445	197
0,05	206,5	0,25	204	0,45	196
0,055	205	0,255	205	0,455	196,5
0,06	204	0,26	206,5	0,46	196
0,065	202	0,265	207	0,465	195,5
0,07	201	0,27	208	0,47	196
0,075	198,5	0,275	208,5	0,475	196,2
0,08	198	0,28	209	0,48	196,5
0,085	197	0,285	209,2	0,485	197
0,09	196,5	0,29	209,5	0,49	197,5
0,095	196	0,295	209,7	0,495	198
0,1	195,2	0,3	210	0,5	198,5
0,105	195,5	0,305	210,2	0,505	199
0,11	195,8	0,31	210,4	0,51	200
0,115	196	0,315	210,5	0,515	201
0,12	196,2	0,32	210,7	0,52	202
0,125	196,5	0,325	210,9	0,525	204,5
0,13	197	0,33	211	0,53	207
0,135	198	0,335	210,7	0,535	208
0,14	199	0,34	210,5	0,54	209
0,145	199,5	0,345	210	0,545	209,5
0,15	198	0,35	209,5	0,55	210
0,155	196,5	0,355	207,5	0,555	210,5
0,16	193	0,36	205,5	0,56	211
0,165	189	0,365	204,5	0,565	211,5
0,17	187	0,37	204	0,57	212,8
0,175	186	0,375	204,5	0,575	212,5
0,18	185,5	0,38	204	0,58	213
0,185	185	0,385	204,5	0,585	213,5
0,19	184,6	0,39	203	0,59	214
0,195	185	0,395	202,5	0,595	215
				0,6	216

Das Drehmoment M und die Leistungsfaktoren im Ständer ($\cos \varphi_s$) bzw. Läufer ($\cos \varphi_r$) sind in Abb. 4, während die Scheinleistung S und das Modul des Ständerstromes in Abb. 5, dargestellt.

Für den ersten paar Schritten wurden die als Resultat der Übergangsvorgänge sehr großen Werte, nicht mehr angegeben.

Die Wirkströme und -leistungen sind positiv für den besonders kleinen Drehzahlen, um bei den besonders großen Drehzahlen negative Werte anzunähmen. Dagegen überschreiten die Blindströme und -leistungen die Abszissenachse nicht.

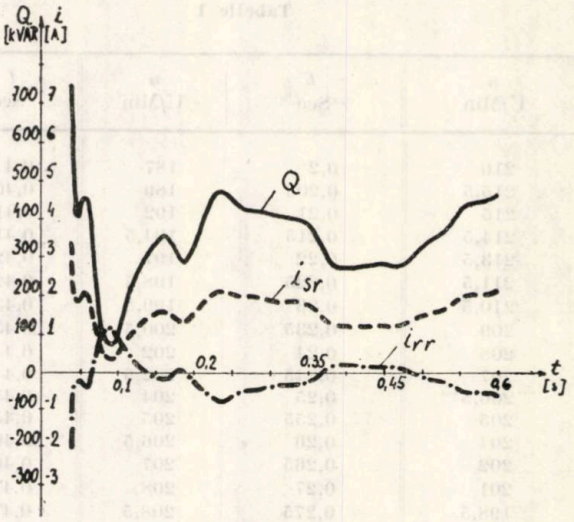


Abb. 3

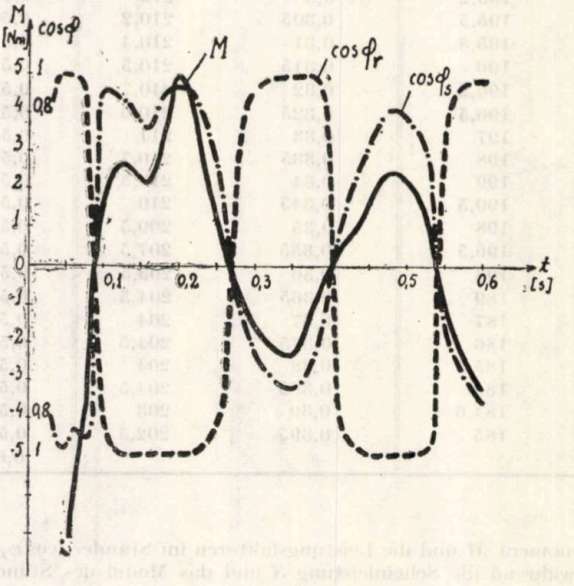


Abb. 4

Dieses Vorgehen führt zu einer bedeutenden Verkleinerung des Leistungsfaktors [1], [2]. Die vom Digitalrechner berechneten Mittelwerte sind:

$P = 379{,}2566$ W, $Q = 484{,}9819$ VAR, $S = 639{,}6030$ VA, $\cos\varphi_s = 0{,}5807763$.

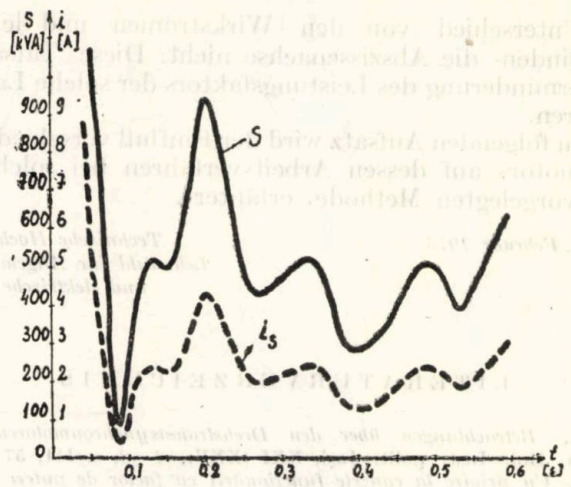


Abb. 5

Die selben numerischen Ergebnisse wurden bei der Auflösung des Systems (8) mit Hilfe des Unterprogramms SRKG der mathematischen Bibliotek des Digitalrechners FELIX C-256, welches die Methode Runge-Kutta-Gill benützt, erziehlt. Die Rechenzeit im zweiten Fall ist wie von der Tabelle 2 ersichtlich, größer.

Tabelle 2

Unterprogramm / Ausführungsphase	SNDM	SRKG
COMPILE	61″	88″
LINK	59″	57″
RUN	26″	49″
Total	2′26″	3′14″

4. Schlußfolgerungen

1. Es wird ein originelles auf den Relationen von Merson gestütztes Programmierungsverfahren zur Lösung der Differentialgleichungen des Asynchronmotors der einen Webstuhl antreibt, dargestellt.

2. Die Lösung des Gleichungssystems (8) mit Hilfe des auf den Flußdiagramm aus Abb. 1 gestützten Unterprogramm auf den Digitalvechner FELIX C-256 wird in kurzerer Zeit als mit den bekannten Unterprogrammen, erziehlt.

3. Zum Unterschied von den Wirkströmen und -leistungen überschreiten die Blinden- die Abszissenachse nicht. Diese Tatsache führt zur wesentlichen Verminderung des Leistungsfaktors der solche Lasten führenden Asynchronmotoren.

4. In einem folgenden Aufsatz wird der Einfluß verschiedener Parameter des Asynchronmotors auf dessen Arbeitsverfahren bei solchen Lasten mit Hilfe der hier vorgelegten Methode, erläutert.

Eingegangen am 17. Februar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik
und elektrische Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bergman I., *Betrachtungen über den Drehstromasynchronmotoren die Webstuhle antreiben.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXI (XXV), *1—2*, s. III, 57—64 (1975).
2. Bergman I., *Cu privire la cauzele funcţionării cu factor de putere scăzut a motoarelor asincrone de acţionare a războaielor de ţesut.* Electrotehnica, **20**, *4*, 134—138 (1972).
3. Артемюк Б. Т., *Асинхронные двигатели при периодической нагрузке.* Изд. Техника , Киев, 1972.
4. Kovacs C. P., Racz I., *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen.* Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1959.
5. Reicher F., Bergman I., Teodoru E., *Cercetări experimentale privind factorul de putere al motorului de acţionare al maşinii de ţesut.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *1—4*, s. VII, 21—26 (1971).
6. Stănciulescu Fl., *Analiza şi simularea sistemelor neliniare.* Ed. Acad. R. S. R., Buc., 1974.
7. Moszynski K., *Metode numerice de rezolvare a ecuaţiilor diferenţiale ordinare* (trad. din l. polonă). Ed. Tehn., Buc., 1973.
8. Scheid Fr., *Numerical Analysis.* Mc. Graw-Hill Book Company New York — St. Louis — San Francisco — Toronto — Sydney, 1968.
9. * * * *Sous - programmes mathématiques.* Ordinateur IRIS - 50, manuel d'utilisation.

CU PRIVIRE LA POSIBILITATEA FOLOSIRII CALCULATORULUI FELIX C-256 LA ANALIZA FUNCŢIONĂRII MOTOARELOR ASINCRONE DE ACŢIONARE A RĂZBOAIELOR DE ŢESUT

(Rezumat)

Se prezintă un program original bazat pe folosirea metodei Merson, destinat rezolvării sistemelor de ecuaţii diferenţiale de ordinul I, de tipul celor ale motorului asincron. Timpul de rezolvare cu acest program se dovedeşte mai scurt decît cel rezultat prin folosirea unui program bazat pe metoda Runge-Kutta-Gill.

Soluţiile obţinute indică faptul că spre deosebire de componentele active ale curenţilor şi puterii, cele reactive nu trec prin zero. Se confirmă deci faptul că factorul de putere este mai redus la funcţionarea motorului pe o sarcină de acest tip.

Într-o lucrare viitoare se va analiza influenţa variaţiei diverşilor parametri ai motorului şi sarcinii asupra caracteristicilor de funcţionare ale motorului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.313.33

BETRACHTUNGEN ÜBER DEN BETRIEB DES DOPPELGESPEISTEN EINPHASEN-ASYNCHRONMOTORS

VON

EMIL TEODORU, AL. SIMION und SILVIU HARGHEL

1. Einleitung

Eine Asynchronmaschine mit je einer Einphasenwicklung auf dem Ständer und auf dem Läufer kann bei Doppelsynchrongeschwindigkeit funktionieren, wenn beide Wicklungen gleichzeitig von einer Spannungsquelle der Frequenz f_1 (Abb. 1) gespeist werden. Ein solcher Betrieb bewahrt die Eigenschaften der doppelgespeisten Dreiphasen-Asynchronmaschine und kann als „Doppelspeisungsbetrieb der Einphasen-Asynchronmaschine" bezeichnet werden.

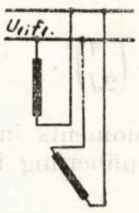


Abb. 1

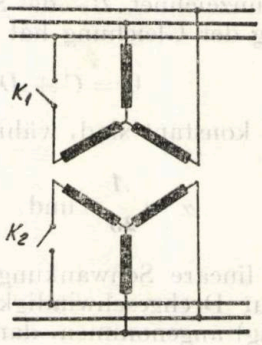


Abb. 2

Im Vergleich zur gewöhnlichen doppelgespeisten Asynchronmaschine erzielt man: eine zweckmäßigere Anwendung des Maschinenmaterials, einen hohen Leistungsfaktor durch die Aufteilung der Blindleistung unter die beiden Speisungen, das Ausbleiben der Zwischenübertrager bei bestimmten Geschwindigkeiten (6 000 ; 2 000 ; 1 200 U/Min).

Der wesentliche Nachteil der Doppelspeisung besteht sowohl beim Dreiphasen- als auch beim Einphasenmotor im Fehlen des Anlaßdrehmoments.

Der doppelgespeiste Einphasenmotor wird in beide Richtungen gleichlaufend ohne jedwelche Veränderung des Netzanschlusses.

Das Vorhandensein des umgekehrten Drehmoments beim doppelgespeisten Einphasen-Asynchronmotor bedingt das Auftreten eines größeren Dämpfungsmoments als bei der Dreiphasenmaschine. Auf diese Weise werden die pendelförmigen Schwingungen des Läufers gedämpft.

Die Doppelspeisung des Einphasenmotors kann man aus der Doppelspeisung der Dreiphasenmaschine erhalten, indem man eine Ständer- und eine Läuferwicklung unterbricht (Abb. 2). Die Maschine läuft weiter mit doppelter Synchrongeschwindigkeit.

2. Der Ausdruck des Dämpfungsmoments

Das Gesamtdrehmoment einer doppelgespeisten Asynchronmaschine enthält zwei Komponenten: ein Synchronmoment und ein zusätzliches Asynchronmoment. Wie wir zeigen werden, ist das Asynchronmoment der Grund der ungedämpften Schwingungen.

Die vom mechanischen Drehmoment ΔM hervorgerufenen Läuferschwingungen werden von der Gleichung:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + A\frac{d\theta}{dt} + B\theta = \Delta M \tag{1}$$

beschrieben, wo: J—das Trägheitsmoment des Läufers ist, A — das Dämpfungsmoment kennzeichnet, B— das Synchronisierungsmoment kennzeichnet.

Die Lösung der Gleichung hat die Form:

$$\theta = C + De^{-\alpha t}\sin(\psi t + \beta), \tag{2}$$

wo C, D, β und konstant sind, während:

$$\alpha = \frac{A}{2J} \quad \text{und} \quad \psi = \sqrt{\frac{B}{J} - \left(\frac{A}{2J}\right)^2}.$$

Wird eine lineare Schwankung des Drehmoments im Vergleich zum Winkel, bzw. zur Drehgeschwindigkeit (die Annäherung ist für diese Betriebsweise gültig) angenommen, dann:

$$A = \frac{\partial Mg}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Mg}{\partial s} = \frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial M_m}{\partial s}. \tag{3}$$

Um die Dämpfungskomponente abzuleiten, werden wir demnach die Derivierte des Asynchronmoments im Verhältnis zum Schlupf und den Wert der Derivierten für $s = -1$ berechnen (den Schlupfwert bei Doppelspeisung).

Beim Dreiphasenbetrieb hat das Asynchronmoment folgende Form:

$$M_{III} = \frac{pm_1U_{1f}^2}{\omega_1}\cdot\frac{R_2'/s}{(R_1 + C_1R_2'/s)^2 + (X_1 + C_1X_2')^2}, \tag{4}$$

wo : m_1 — die Anzahl der Ständerphasen, U_{1f} — die Phasenspannung, p — die Anzahl der Polpaare, ω_1 — die Kreisfrequenz bei Gleichlauf, R_1, X_1 — den Widerstand, den Blindwiderstand einer Ständerphase, R'_2, X'_2 — den Widerstand, den Blindwiderstand einer auf den Ständer bezogenen Läuferphase darstellen, s — der Schlupf, $C_1 = 1 + X_1/X_m$.

Wird die konstante Größe wie folgt aufgezeichnet, $K = pm_1 U_{1f}^2/\omega_1$, dann gelangt man zu einem Ausdruck des Drehmoments von folgender Form :

$$M_{III} = K \frac{s R'_2}{R_1^2 s^2 + 2R_1 C_1 R'_2 s + C_1^2 R'^2_2 + s^2(X_1 + C_1 X'_2)^2}. \tag{5}$$

Zwecks Vereinfachung der Berechnungen kann $C_1 \approx 1$ angenommen werden. Zum Schluß erzielt man für das Dämpfungsmoment den Ausdruck :

$$A_{III} = \frac{1}{\omega_1} \left| \frac{\mathrm{d}M_{III}}{\mathrm{d}s} \right|_{s=-1} = \frac{K}{\omega_1} R'_2 \frac{-R_1^2 + R'^2_2 - (X_1 + X'_2)^2}{[R_1^2 - 2R_1 R'_2 + R'^2_2 + (X_1 + X'_2)^2]^2}. \tag{6}$$

Gewöhnlich haben R_1 und R'_2 ähnliche Werte, nur viel kleiner als X_1 und X'_2.

Für allgemeine Vergleiche kann man den Annäherungswert des Dämpfungsmoments annehmen :

$$A_{III} = -\frac{K}{\omega_1} R'_2 \frac{1}{(X_1 + X'_2)^2}. \tag{7}$$

Das Asynchronmoment im Falle der Einphasenspannung ist:

$$M_I = \frac{m_1 p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2 R'_2}{3|\underline{Z}_d + \underline{Z}_i|^2} \left[\frac{Z_d^2/s}{(R_1 + C_1 R'_2/s)^2 + (X_1 + C_1 X'_2)^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{Z_i^2/(2-s)}{[R_1 + C_1 R'_2/(2-s)]^2 + (X_1 + C_1 X'_2)^2} \right], \tag{8}$$

wo : $\underline{Z}_d$ — die gleichlaufende Impedanz mit dem Ausdruck :

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_m \underline{Z}'_{21}}{\underline{Z}_m + \underline{Z}'_{21}} \quad \text{mit} \quad \underline{Z}'_{21} = \frac{R'_2}{s} + \mathrm{j}X'_2$$

und $\underline{Z}_i$ — die entgegenlaufende Impedanz mit dem Ausdruck :

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_m \underline{Z}'_{22}}{\underline{Z}_m + \underline{Z}'_{22}} \quad \text{mit} \quad \underline{Z}'_{22} = \frac{R'_2}{2-s} + \mathrm{j}X'_2.$$

In den Berechnungen wird $C_1 \approx 1$ angenommen, so daß sich der Ausdruck des Drehmoments vereinfacht :

$$M_I = K \frac{R'_2}{|\underline{Z}_d + \underline{Z}_i|^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2-s} \right). \tag{9}$$

Durch Erklärung der Beziehung (9) erhält man :

$$M_I = KR'_2 \frac{2s(1-s)(2-s)}{[2R_1(2-s)s + 2R'^2_2]^2 + 4^2(2-s)^2(X_1+X'_2)^2} \quad (10)$$

Nach der Ableitung des Ausdrucks (10) kann das Dämpfungsmoment bei einphasiger Doppelspeisung bestimmt werden :

$$A_I = \frac{1}{\omega_1}\left|\frac{dM_I}{ds}\right|_{s=-1} = \frac{KR'_2}{2\omega_1} \cdot \frac{-45R_1^2 + 26R_1R'_2 + 11R'^2_2 - 45(X_1+X'_2)^2}{[9R_1^2 - 2R_4R'_2 + R'^2_2 + 9(X_1+X'_2)^2]^2} \quad (11)$$

Bezeichnet man mit :

$$\varepsilon^2 = \frac{26R_1R'_2 + 11R'^2_2}{[9R_1^2 - 2R_1R'_2 + R'^2_2 + 9(X_1+X'_3)^2]^2} \quad (12)$$

so wird der Wert des Dämpfungsmoments durch die Beziehung :

$$A_I = -\frac{KR'_2}{2\omega_1}\left[\frac{45}{81} \cdot \frac{1}{(X_1+X'_2)^2} - \varepsilon^2\right] \quad (13)$$

dargestellt.

Für Asynchronmotoren mit gewickeltem Läufer $\varepsilon^2 \approx 0{,}005$, also :

$$A_I \approx -0{,}28\frac{KR'_2}{\omega_1} \cdot \frac{1}{(X_1+X'_2)^2} \quad (14)$$

Man stellt fest, daß der Term, welcher das Dämpfungsmoment erzeugt, ungefähr viermal größer ist beim Einphasenmotor als beim Dreiphasenmotor.

3. Experimentelle Untersuchungen

Mit Hilfe der in Abb. 3 dargestellten Schaltung wurde das Funktionieren eines Motors mit $P = 2{,}4$ kW und $n = 940$ U/Min bei dreiphasiger Doppelspeisung geprüft.

Auf derselben Maschine wurde auch der durch Unterbrechung einer Phase erzielte Betrieb bei einphasiger Dppelspeisung untersucht. Der Innenowinkel wurde mittels der stroboskopischen Methode gemessen. Abb. 4 stellt die Winkelcharakeristik im Falle der ein- und dreiphasigen Doppelspeisung dar. Während beim Dreiphasenmotor die Pendelschwingungen stark hervortraten, wurden sie beim Einphasenmotor vollkommen gedämpft. Beim Lastbetrieb erhielt man einen Stabilbetrieb für eine große Ausdehnung des Innenwinkels (0 ... 45° elektrische Grade).

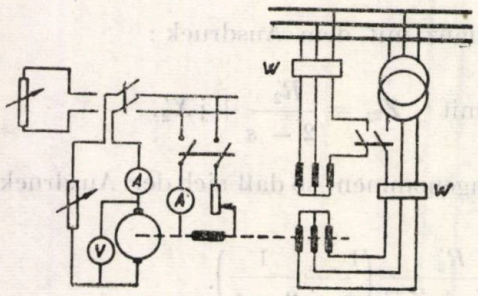


Abb. 3

Rings um den Wert von 45 elektrischen Graden hakte die Maschine ab. Im Dreiphasenbetrieb sind die Läuferschwingungen permanent und werden sehr groß von etwa 15 elektrische Grade angefangen.

Abb. 5 stellt die Schwankung des Leistungsfaktors zur Belastung für beide Betriebsweisen dar. Der Leistungsfaktor wurde mit der Beziehung:

$$\cos\varphi = \frac{P_S + P_R}{\sqrt{(P_S+P_R)^2+(Q_R+Q_S)^2}}$$

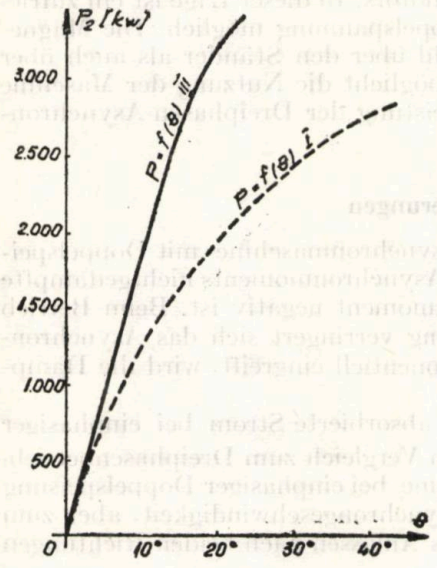


Abb. 4

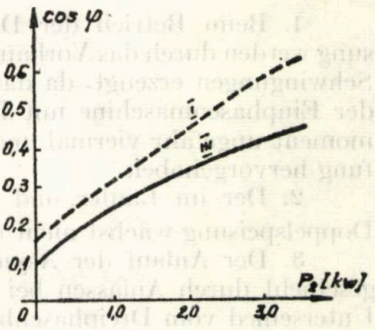


Abb. 5

berechnet, wo P_S und P_R die Wirkleistungen am Ständer und Läufer sind, während Q_S und Q_R die Blindleistungen darstellen. Beim Einphasenbetrieb ist der Leistungsfaktor größer als beim Dreiphasenbetrieb.

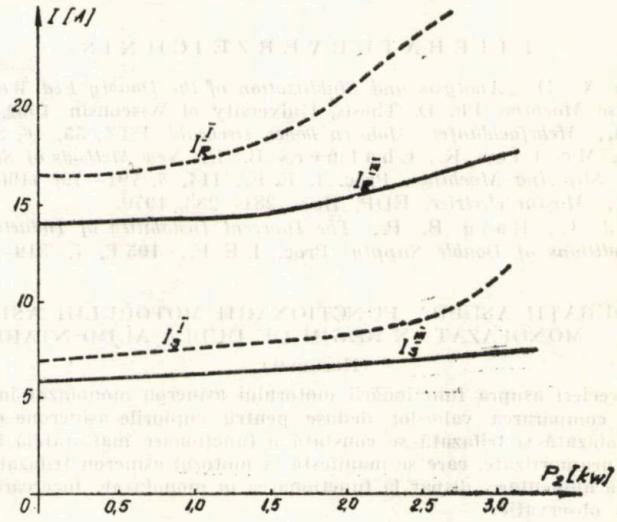


Abb. 6

Aus der Art und Weise wie der Strom im Ständer schwankt (Abb. 6),e bemerkt man daß der Strom beim Übergang vom Dreiphasenbetrieb zum Einphasenbetrieb durch Unterbrechung einer Phase nicht mehr mit $\sqrt{3}$ anwächst, wie im Falle des gewöhnlichen Asynchronmotors. In dieser Lage ist ein zufriedenstellender Betrieb bei einphasiger Doppelspannung möglich. Die Magnetisierungsenergie wird der Maschine sowohl über den Ständer als auch über den Läufer zugeführt. Diese Tatsache ermöglicht die Nutzung der Maschine bei einphasiger Doppelspeisung bis zur Leistung der Dreiphasen-Asynchronmaschine.

4. Schlußfolgerungen

1. Beim Betrieb der Dreiphasen-Asynchronmaschine mit Doppelspeisung werden durch das Vorhandensein des Asynchronmoments nichtgedämpfte Schwingungen erzeugt, da das Asynchronmoment negativ ist. Beim Betrieb der Einphasenmaschine mit Doppelspeisung verringert sich das Asynchronmoment ungefähr viermal und da sie exponentiell eingreift, wird die Dämpfung hervorgehoben.

2. Der im Läufer und im Ständer absorbierte Strom bei einphasiger Doppelspeisung wächst nicht mit $\sqrt{3}$ an im Vergleich zum Dreiphasenbetrieb.

3. Der Anlauf der Asynchronmaschine bei einphasiger Doppelspeisung geschieht durch Anlassen bei doppelter Synchrongeschwindigkeit, aber zum Unterschied vom Dreiphasenbetrieb ist das Anlassen nach beiden Richtungen möglich.

4. Im Falle der einphasigen Doppelspeisung erzielt man einen Betrieb mit einem höheren Leistungsfaktor als im Falle der dreiphasigen Doppelspeisung.

Eingegangen am 15. April 1975

Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik und Elektrische Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Albertson V. D., *Analysis and Stabilization of the Doubly Fed Wound Rotor Polyphase Machine.* Ph. D. Thesis, University of Wisconsin, 1962.
2. Alquist H., *Mehrfachläufer - Motoren hoher Drehzahl*. ETZ, **55**, *16*, 386—389 (1934).
3. Bird B. M., Mc. Cloy K., Chalmers B. I., *New Methods of Stabilising Doubly Fed Slip-ring Machines.* Proc. I. E. E., **114**, *6*, 791—796 (1967).
4. Dordea T., *Mașini electrice.* EDP, Buc., 281—283, 1970.
5. Prescott J. C., Raju B. P., *The Inherent Instability of Induction Motors under Conditions of Double Supply.* Proc. I. E. E., **105-C**, *7*, 319—329 (1958).

CONSIDERAȚII ASUPRA FUNCȚIONĂRII MOTORULUI ASINCRON MONOFAZAT ÎN REGIM DE DUBLĂ ALIMENTARE

(Rezumat)

Se fac aprecieri asupra funcționării motorului asincron monofazat în regim de dublă alimentare. Din compararea valorilor deduse pentru cuplurile asincrone de amortizare la alimentarea monofazată și trifazată se constată o funcționare mai stabilă în monofazat.

Oscilațiile neamortizate, care se manifestă la motorul asincron trifazat ce funcționează în regim de dublă alimentare, dispar la funcționarea în monofazat. Încercările experimentale confirmă această observație.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.52: 611.83

EINRICHTUNG ZUR PHYSIKALISCHEN MODELLIERUNG VON BETRIEBSARTEN ELEKTRISCHER ANTRIEBSYSTEME*)

VON
MIRCEA DIACONESCU

1. Vorwort

Die Modellierung der Betriebsarten elektrischer Antriebsysteme ist für die Überprüfung des Antriebmotors einer bestimmten Arbeitsmaschine an der Probebank nötig. Bei dieser Gelegenheit wird die Arbeitsmaschine durch einen Aufladungsgenerator ersetzt, dem eine mit der der Arbeitsmaschine gleichartige Drehmoment — Zeit-Kennlinie aufgegeben wird.

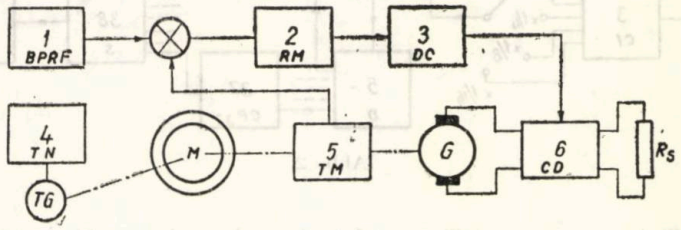


Abb. 1

In der Praxis begegnet man einer sehr großen Vielfalt von Betriebsarten elektrischer Antriebsmotoren vom Betrieb bei unveränderlicher Dauer der Aufladung angefangen bis schließlich zu aleatorisch veränderlichen Aufladungen. Von dieser Auffassung ausgehend wählte man für die Einrichtung zur Modellierung von Betriebsarten die Struktur aus Abb. 1. Es werden folgende Bezeichnungen angewendet: *1* — Block zur Vorschreibung der Betriebsarten (*BPRF*); *2* — Drehmomentregler (*RM*); *3* — Vorrichtung zur Thyristorensteuerung (*DC*); *4* — Drehzahlmesser (*TN*); *5* — Drehmomentgeber (*TM*); *6* — Gleichstrom — Direktumformer (*CD*); *TG* — Meßsystem des Drehzahlmessers; *M* — Versuchsmotor; *G* — Aufladungsgenerator; *R* — Aufladungswiderstand für *G*.

*) Mitgeteilt an der ersten Nationalen Symposium für Elektro-Antriebe, Jassy, 21.—23. Dezember 1972.

Die Drehmoment — Zeit-Kennlinie wird von einem Vorschreibungsblock der Betriebsarten (*BPRF*) auferlegt, welcher nichts anderes als ein Zeitfunktionengenerator ist. Die Austrittsspannung aus diesem Block stellt das Drehmoment vor, welches im betrieffenden Zeitpunkt auferlegt wird ; es wird mit der Spannung verglichen, welche das wirkliche Drehmoment vorstellt, das vom Drehmomentgeber *TM* geliefert wird. Das Fehlersignal wird dem Drehmomentregler *RM* aufgegeben. Dieser ist mit dem Thyristorensteuersystem des Gleichstrom — Direktumformers (Chopper) gekoppelt, mit dessen Hilfe die Aufladung des Belastungsgenerators durchgeführt wird.

2. Vorschreibungsblok der Betriebsarten

Dies ist ein Funktionengenerator, an welchem jede Funktion durch 32 Linienabschnitte beschrieben werden kann. Das Blockschema ist in Abb. 2 wiedergegeben. Es gelten folgende Bezeichnungen : *1* — Taktgenerator (*GT*) ; *2* — Bildungsstromkreis (*CF*) ; *3* — Teilungsstromkreis (*CI*) ; *4*—Zähler (*N*) ; *5* — Dekodierer (*D*) ; *6* ... *37*— Vorschreibungsstromkreise (CP_1 ... CP_{32}) ; *38* — Summierwerk (*S*) ; *39* — Verstärker (*A*).

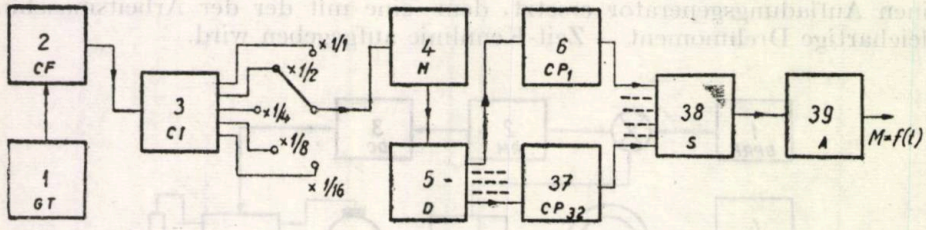


Abb. 2

Der Taktgenerator *GT* spendet Impulse, deren Frequenz zwischen 3 200 Hz und 0.7 Hz abgewandelt werden kann. Die Impulse werden in einem Bildungsstromkreis *CF* gebildet und werden durch einen Teilungsstromkreis *CI* geschidet, welcher die Teilung durch 1, 2, 4, 8, 16 durchführen kann. Beim Austritt aus dem Teilungsstromkreis erhält man solche Impulse, deren Frequenz zwischen 3 200 Hz und 0.04 Hz geregelt werden kann. Es wurde hier in Betracht gezogen, daß ein Betriebszyklus durch 32 Impulse beschrieben wird und daß er nicht weniger als 1/100 Sec, höchstens aber 15 Min dauern kann. Praktisch wurde die Dauer von 1/100 Sec erzielt, um die Kurve des Momentes auf dem Bildschirm des Oszillographen zu veranschaulichen.

Die vom *CI* gespendeten Impulse werden an den Eintritt in den Zähler *N* übergeben. Die Kapazität des Zählers beträgt $2^5 = 32$ Impulse. Die 10 Austrittstellen des Zählers sind mit dem Dekodierer *D* mit 32 Ausgängen verbunden. Es wird der Nullzustand entschlüsselt. In diesem Zustand werden ständig von den 32 Ausgängen des Dekodierers *31* den Zustand 1 und nur ein einziger den Zustand 0 aufweisen. An die Ausgänge des Dekodierers

sind die Vorschreibungs-Stromkreise $CP_1 \ldots CP_{32}$ gebunden, an welchen die gewünschte Austrittsspannung, die zu jedem Punkt gehört, programmiert werden kann. Stets wird jener Vorschreibungskreis angesteuert, der beim Steuerungseintritt das Nullsignal aufweist. Die in diesem Stromkreis programmierte Spannung wird in das Summierwerk S und in den Kraftverstärker A eingegeben, wonach sie zum Austritt geliefert wird.

Da während eines Kreislaufes von 32 Impulsen, die vom Taktgenerator gespendet werden, jeder Austritt der Reihe nach den Nullzustand annimmt, bedeutet dies, daß nacheinander jede der 32 programmierten Spannungen beim Ausgang gespendet und auf diese Weise die gewünschte Funktion erhalten wird.

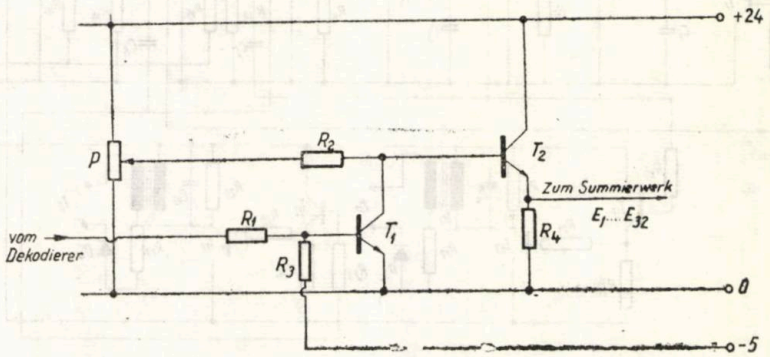


Abb. 3

Der Taktgenerator ist ein Oszillator mit Einschichttransistor, auf welchen ein Bildungsstromkreis folgt. Der Teilungskreis wird von 4 in Kaskade geschalteten Bistabilen mit direktem Austritt aus dem Bildungskreis und nach jedem Bistabil gebildet. Der Zähler N wird mittels 5 binaren in Kaskade geschalteten Zellen aufgebaut. Der Dekodierer D ist vom Matrixtypus mit Dioden.

Jeder von den 32 Vorschreibungskreisen wird nach dem Schema aus Abb. 3 geschaltet. Der Transistor T_1 arbeitet in Kommutation. Wenn vom Dekodierer ein Nullsignal ankommt, ist er blockiert und die am Potentiometer P programmierte Spannung, die vom Verstärker T_2 übernommen wurde, wird am Ausgang geliefert. Wenn vom Dekodierer das Signal „eins" anlangt, ist T_1 gesättigt, die Basis von T_2 ist geerdet und die Austrittspannung ist gleich Null. Das Summierwerke und der Verstärker übernehmen die Spannung von den 32 Vorschreibungskreisen. Das Summierwerk ist ein ODER-Stromkreis mit Dioden. Der Verstärker erhöht die Stärke des Signals, wobei die Verstärkung der Spannung einheitlich ist.

Der Momentenregler ist ein operationeller Verstärker mit proportional integraler Rückkopplung.

3. Die Vorrichtung zur Thyristorensteuerung

Wird nach dem Schema aus Abb. 4 aufgebaut. Der Generator von Impulsen der Frequenz 300 Hz, in T_5 eingebaut, dient zur Steuerung des Löschthyristors. T_6, T_{11}, T_{12} bilden den Verstärker für die Löschimpulse.

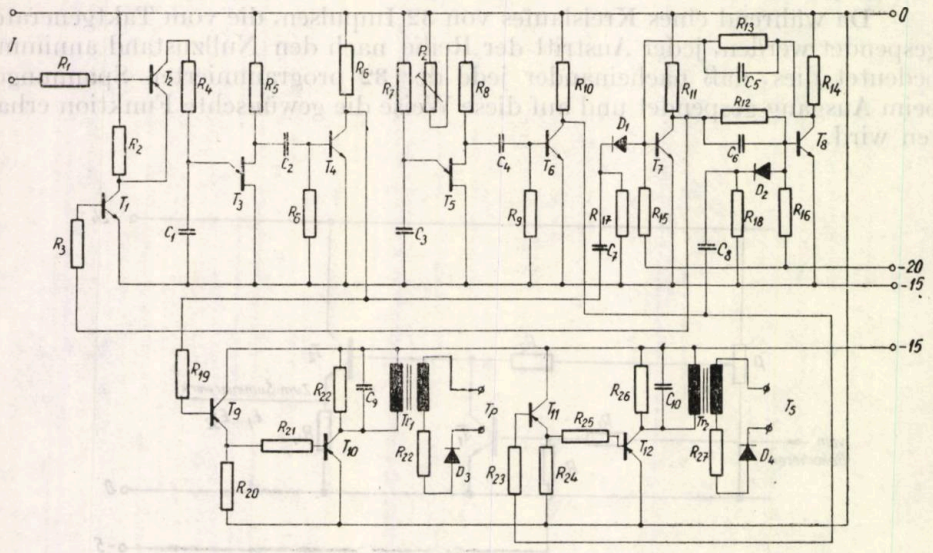


Abb. 4

Der mittels T_3 geschaffene Generator steuert zusammen mit dem Verstärker $T_4T_9T_{10}$ den Hauptthyristor. Der Trigger T_7—T_8 sichert die Synchronisierung der beiden Generatoren. Wenn T_5 einen Impuls spendet, kippt das Bistabil T_7—T_8 in den gesättigten T_7 - Zustand, T_8 ist blockiert und somit ist der Transistor T_1 blockiert. Durch R_2, T_2, R_4 beginnt die Aufladung des Kondensators C_1. Wenn das Potential an C_1 zum Öffnungswert des Transmitters von T_3 gelangt, spendet dieser einen Impuls. Es wird der Hauptthyristor gesteuert und das Bistabil T_7 — T_8 wird in den Ausgangszustand zurückgebracht. Die Aufladungsdauer des Kondensators, also die Zeit zwischen dem Löschimpuls und dem nächsten Zündimpuls hängt vom Leitungszustand das Transistors T_2 ab, welcher seinerseits vom Momentregler gesteuert wird. Nach dem Spenden des Zündimpulses steuert der Trigger T_7 — T_8 die Sättigung von T_1 welches den Generator T_3 blockiert. Der Kreislauf beginnt wieder, wenn der Generator T_5 einen neuen Impuls spendet.

4. Der Direkt-Gleichstrom-Umformer

Wird nach dem Schema aus Abb. 5 aufgebaut. Es wurde eine besondere Quelle für die Aufladung des Löschkondensators verwendet. Die Gruppe R_1—C_1—D_1 dient zur Übernahme der Kommutationsüberspannungen.

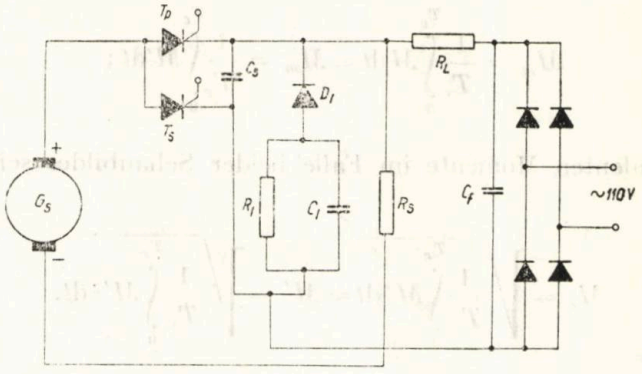


Abb. 5

5. Modellierung der Betriebsarten

Die Betriebsart des Motors wird, wie gezeigt wurde, vom Block zur Vorschreibung der Betriebsart aufgegeben, wobei dieser Block die wirkliche Kurve der Veränderung des Drehmomentes in der Zeit durch eine Stufenkurve ersetzt. Die Deckung beider Kurven findet nur dann statt, wenn die Anzahl der Abschnitte unendlich wird. Da in der Wirklichkeit die Anzahl der Abschnitte eine endliche Zahl (32) ist, sind die beiden Kurven nicht identisch. Es stellt sich hier das Problem der Auswahl von Äquivalierungskriterien der Schaubilder der reellen Aufladung und des Modells.

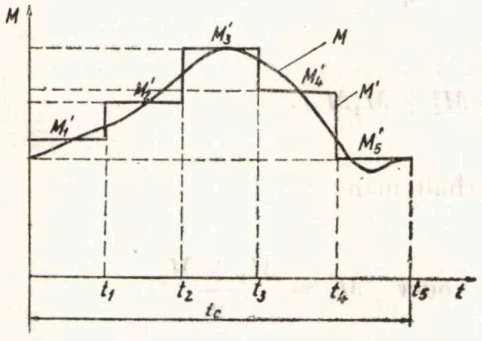


Abb. 6

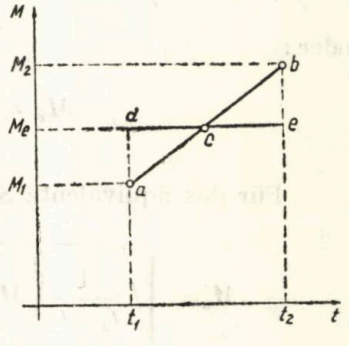


Abb. 7

Es seien gegeben (Abb. 6) zwei Aufladungskurven eines Elektromotors : eine kontinuierliche (reelle Kurve) und eine stufenförmige (modellierte Kurve). Man kann vier essentielle Äquivalierungsbedingungen der beiden Aufladungsschaubilder formulieren und zwar: a) die Zeiten der beiden Kreisläufe (reeller und modellierter) seien gleich ; b) das Maximalmoment sei in beiden Fällen. dasselbe ; c) für beide Schaubilder sei das mittlere Moment dasselbe, d. h.

$$M_m = \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c} M\,dt = M'_m = \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c} M'dt\,;$$

d) die äquivalenten Momente im Falle beider Schaubilder seien dieselben also :

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{T_c}\int_0^{T_c} M^2\,dt} = M'_e = \sqrt{\frac{1}{T_c}\int_0^{T_c} M'^2\,dt}.$$

Es ist augenscheinlich, daß die ersten beiden Bedingungen notwendig und sehr leicht verwirklichbar sind. Um die Einschränkungen zu analysieren, die bei der Verwirklichung der Bedingungen c) und d) auftreten, wollen wir die reelle Kurve der Abänderung des Momentes als portionsweise geradlinig annehmen, da die Anzahl der Linearisierungsabschnitte genügend groß ist, um eine entsprechende Annäherung an die reelle Kurve zu bieten. Es sei Abb. 7 so eine liniarisierte Portion (*ab*), welche das Moment aus dem reellen Schaubild in der Zeitperiode $t_1 - t_2$ vorstellt. Es sei *de* die entsprechende Portion aus dem äquivalierten Schaubild. Für die reelle Kurve kann man schreiben :

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} M^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \frac{M_1 t_2 - M_2 t_1 + \Delta M t}{t_2 - t_1}\,dt}$$

oder :

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{3}(M_1^2 + M_2^2 + M_1 M_2)}.$$

Für das äquivalente Schaubild erhält man :

$$M'_e = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} M^2\,dt} = M_m \quad \text{oder} \quad M'_e = \frac{M_1 + M_2}{2}\,.$$

Es ist augenscheinlich, daß die beiden Werte des äquivalenten Momentes (M_e und M'_e) nicht gleich sind und mehr noch, die Differenz zwischen ihnen ist vom Verhältnis von M_1 zu M_2 abhängig. Unter den Bedingungen der Projektierung elektrischer Antriebe kann man annehmen, daß eine Abweichung von $\pm 5\%$ des modellierten Äquivalenzmoment vollständig zufriedenstellend ist. In diesem Fall kann man anschreiben :

$$0{,}95\,M_e \leqslant M'_e \leqslant 1{,}05\,M_e\,.$$

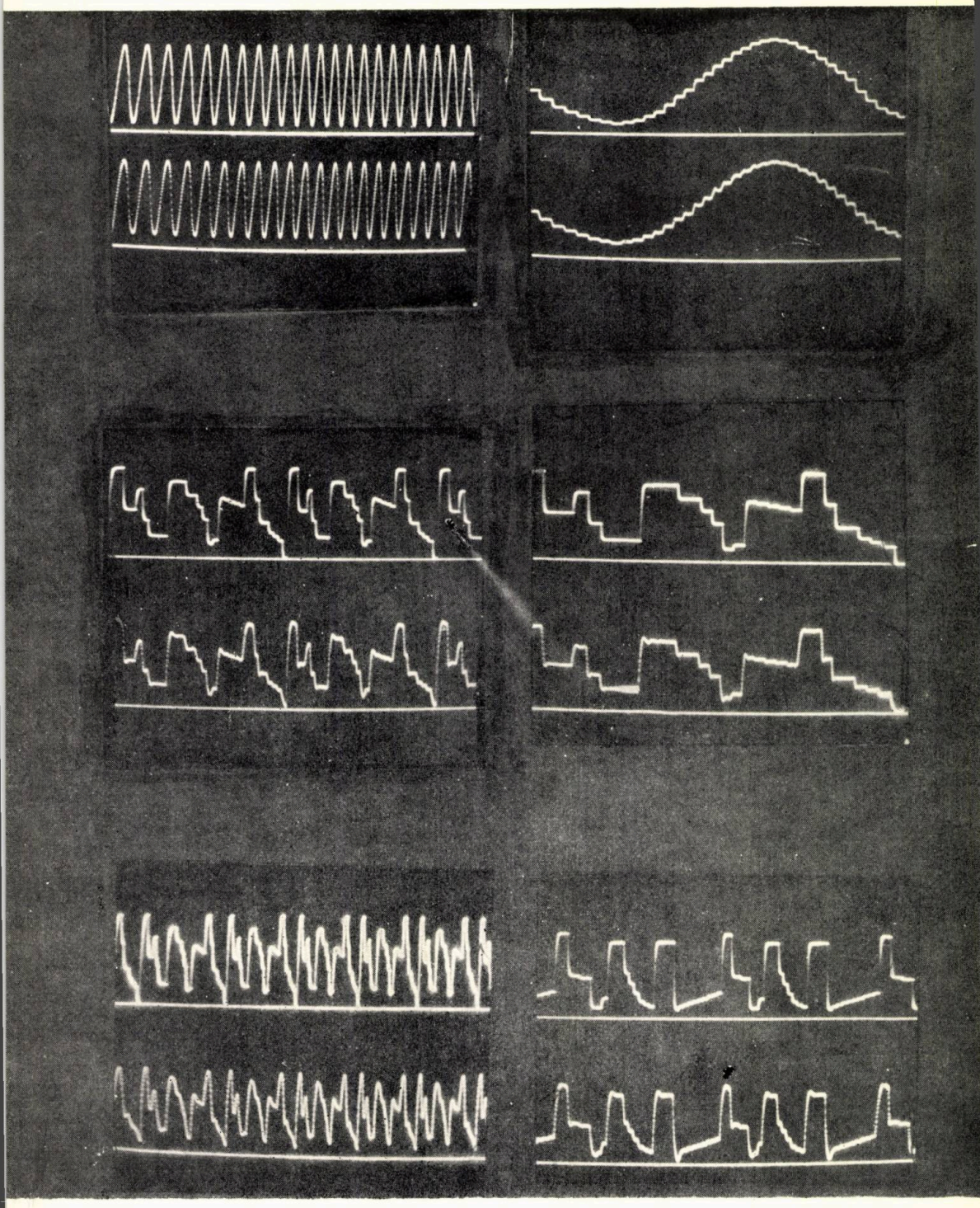


Abb. 8

Ersetzt man in diesen Ungleichheiten die früher für M_e und M_e' abgeleiteten Werte, so erhält man:

$$M_1(2 - \sqrt{3}) \leqslant M_2 \leqslant M_1(2 + \sqrt{3}).$$

Man beobachtet daß die Variationsgrenzen des Verhältnisses zwischen den Momenten M_1 und M_2 genügend groß sind. Wenn z. B. $M_2 = M_n/4$, so ergibt sich, daß M_1 im Bereiche $M_1 = 0{,}065\ M_n \ldots 0{,}94\ M_n$ modifiziert werden kann ohne daß das äquivalente Moment des modellierten Schaubildes um mehr als 5% gegenüber dem äquivalenten Moment des reellen Schaubildes abweicht.

Am beschriebenen Modellierungssystem der Betriebsarten wurden eine Reihe Betriebsarten, vom Moment konstanter Aufladung bis zum Moment aleatorisch variabler Aufladung und einer Kreislaufdauer von 1 Sec bis zur Dauer eines Kreislaufes von 15 Min simuliert. Einige Versuchsergebnisse sind durch die Oszillogramme aus Abb. 8 illustriert. In jedem Oszillogramm wird sowohl das programmierte Moment als auch das durch den Momentgeber gemeßene reelle Moment wiedergegeben. Das das programmierte Moment vorstellende Signal wird vom Filterkondensator bei T am Eintritt in den Momentregler übernommen. Man beobachtet, daß bei hohen Frequenzen (kleine Zeiten für die Kreislaufdauer) der diskrete Charakter der Kurve des vorgeschriebenen Momentes verloren geht.

6. Schlußfolgerungen

1. Die vorgestellte Einrichtung besitzt den Bau eines Verfolgungssystems nach dem Algorythmus des vom Steuerblock vorgeschriebenen Momentes.

2. Der Betrieb in geschloßenem Stromkreis sichert eine große Genauigkeit bei der Durchführung des aufgegebenen Programms.

3. Die Abänderung des Programmes häßt sich sehr einfach durch die Manövrierung der 32 Potentiometer der Vorschreibungskreise durchführen.

4. Die Erhöhung der Stufenzahl bei welcher modelliert wird, kann einfach durch Erhöhung der Anzahl der Vorschreibungsstromkreise und der entsprechenden Modifikation des Dekodierers durchgeführt werden.

Eingegangen am 4. Mai 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektroenergieanwendungen
und Regelungstechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Brana C. u. a., *Transmiterea informaţiei numerice.* Vol. 1, 2, Ed. Tehn., Buc., 1970.
2. Данющевская Е. Ю., *Тиристорные реверсивные электроприводы постоянного тока.* Изд. Энергия, М., 1970.
3. Garabet T. ş. a., *Utilizarea redresoarelor comandate în acţionările electrice.* Ed. Tehn., Buc., 1969.
4. Korn A. C., *Simularea şi măsurarea proceselor aleatoare,* (aus English übersetzt). Ed. Tehn., Buc., 1969.
5. Meyer M., *Mutatoare cu comutaţie forţată,* (aus Deutsch übersetzt). Ed. Tehn., Buc., 1970.
6. Weinrich G. ş. a., *Sisteme de reglare unificate pentru procese rapide.* Vol. 1, 2, Ed. Tehn., Buc., 1970.

INSTALAŢIE PENTRU MODELAREA FIZICĂ A REGIMURILOR DE FUNCŢIONARE A SISTEMELOR DE ACŢIONARE ELECTRICĂ

(Rezumat)

Se prezintă o instalaţie pentru modelarea pe stand a regimurilor de funcţionare a sistemelor de acţionare electrică. Instalaţia are structura unui sistem de urmărire după algoritmul cuplului. Graficul de cuplu dorit este impus de un bloc de prescriere a regimurilor de funcţionare. Acest bloc asigură realizarea graficului de cuplu prin liniarizarea, pe porţiuni, a curbei de modelat. Instalaţia descrisă realizează liniarizarea prin 32 de segmente paralele la abscisă, numărul lor putînd fi mărit după necesităţi fără a modifica structura blocului de prescriere. Cuplul real este măsurat de un traductor de cuplu torsiometric. Semnalul reprezentînd eroarea este prelucrat de un regulator de cuplu, la ieşirea căruia este cuplat sistemul de încărcare a generatorului de sarcină de tip Chopper.

În final se prezintă, sub formă de oscilograme, rezultatele experimentale obţinute cu ajutorul unei instalaţii de laborator.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 52—501.14

THE SYNTHESIS OF AUTOMATIC LINEAR SYSTEMS WITH TIME-VARYING PARAMETERS (I)

BY

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU

1. Introduction

By classical methods it is always possible to construct an automatic linear system with constant coefficients which responds to the directions imposed by the beneficiary. For a specific system one can easily determine the differential equation of the closed loop system and, afterwards, the differential equation of the open-loop system.

The proposed method of synthesizing automatic linear systems with time-varying parameters starts from the fact that, in practice, objects with time-varying parameters which must be regulated according with a specific necessity are encountered. If one succeeds to obtain a regulator in such a way, that the regulator — regulated object cascade behaves, as a whole, like a system with constant parameters, realizing at the same time the directions imposed by the beneficiary, then the problem of synthesizing automatic linear systems with time-varying parameters is entirely solved.

2. Determination of the Regulator's Differential Equation

The differential equation of the regulated object is assumed to be of the form

$$\sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t)\frac{\mathrm{d}^\theta x_e}{\mathrm{d}t^\theta} = x_1(t), \tag{1}$$

where: x_e — the output quantity, x_1 — an intermediate quantity.

Writing

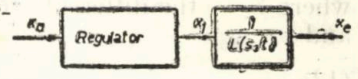


Fig. 1

$$L(s,t)=\sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t)s^\theta, \tag{2}$$

$$s=\mathrm{d}/\mathrm{d}t, \tag{3}$$

the regulator—regulated object cascade can then be represented as in Fig. 1. The regulator is assumed to be described by the operational equation

$$C(s,t)x_0 = x_1, \tag{4}$$

where $C(s, t)$ is an unknown operator for the moment, which characterizes the structure of the regulator.

According to Fig. 1 and considering Eqs. (1), (2) and (4), one can write

$$C(s, t)x_a = L(s, t)x_e. \tag{5}$$

The form of the operator $C(s, t)$ must be determined in such a manner as the regulator—regulated object cascade should be described by a differential equation with constant coefficients ; its solution for zero initial conditions must be identical with the response of an automatic linear system with constant parameters which respects the directions imposed by the beneficiary.

Assume the differential equation with constant coefficients which describes the automatic linear system with constant parameters and satisfies the imposed directions to have the form

$$M(s)x_e = x_0, \tag{6}$$

where

$$M(s) = \sum_{i=0}^{n} a_i s^i \tag{7}$$

it results from eq. (6)

$$x_e = M^{-1}(s)x_a, \tag{8}$$

where $M^{-1}(s)$ is the reverse of the $M(s)$-operator.

One gets from the Eqs. (5) and (8)

$$C(s, t)x_a = L(s, t)M^{-1}(s)x_a. \tag{9}$$

3. Determination of the Form of the $C(s, t)$-Operator for the Case of the System with Constant Parameters having only Simple Real Poles

Assuming zero initial conditions

$$x_e(0) = x_e'(0) = \ldots = x_e^{(n-1)}(0) = 0, \tag{10}$$

the Eq. (8) becomes

$$x_e = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a(t)}{s - \lambda_k}, \tag{11}$$

where λ_k — the different real poles of the system with constant parameters and

$$M'(\lambda_k) = \frac{\mathrm{d}M(\lambda_k)}{\mathrm{d}\lambda_k}. \tag{12}$$

Based upon Eqs. (2), (9) and (11) one can write

$$C(s, t)x_a = \sum_{0=0}^{r} C_0(t)s^0 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a}{s - \lambda_k} \tag{13}$$

or

$$C(s,t)x_a = \sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t) \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{s^\theta - \lambda_k^\theta}{s-\lambda_k} x_a + \sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t) \sum_{k=1}^{n} \frac{\lambda_k^\theta}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a}{s-\lambda_k} . \tag{14}$$

But

$$\frac{s^\theta - \lambda_k^\theta}{s-\lambda_k} = \sum_{j=0}^{\theta-1} \lambda_k^j s^{\theta-j-1} ; \tag{15}$$

writing

$$L(\lambda_k, t) = \sum_{\theta=0}^{r} C_\theta \lambda_k^\theta \tag{16}$$

the Eq. (14) becomes

$$C(s,t)x_a = \sum_{\theta=0}^{r} \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=0}^{\theta-1} C_\theta(t) \frac{1}{M'(\lambda_k)} \lambda_k^j s^{\theta-j-1} + \\ + \sum_{k=1}^{n} L(\lambda_k, t) \frac{1}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a}{s-\lambda_k} \tag{17}$$

or

$$C(s,t)x_a = [C_r(t)s^{r-1} + C_{r-1}(t)s^{r-2} + \ldots + C_1(t)]x_a \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{M'(\lambda_k)} + \\ + [C_r(t)s^{r-2} + C_{r-1}(t)s^{r-3} + \ldots + C_2(t)]x_a \sum_{k=1}^{n} \frac{\lambda_k}{M'(\lambda_k)} + \ldots + \\ + \left[C_r(t)\, x_a \sum_{k=1}^{n} \frac{\lambda_k^{r-1}}{M'(\lambda_k)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{L(\lambda_k, t)}{M'(\lambda_k)} \right] \frac{x_a}{s-\lambda_k} . \tag{18}$$

But

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\lambda_k^j}{M'(\lambda_k)} = \frac{1}{a_n} \delta_{j,n-1} , \quad (j = 0, 1, \ldots, n-1), \tag{19}$$

where $\delta_{j,n-1}$ — Kroneck er's symbol. Considering Eq. (19), the relation (18) becomes for $r < n$

$$C(s,t)x_a = \sum_{k=1}^{n} \frac{L(\lambda_k, t)}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a}{s-\lambda_k} \tag{20}$$

and for $r = n$

$$C(s,t)x_a = \frac{C_n(t)}{a_n} + \sum_{k=1}^{n} \frac{L(\lambda_k, t)}{M'(\lambda_k)} \cdot \frac{x_a}{s-\lambda_k} . \tag{21}$$

4. The Physical Realization of the Regulator for the Case of Simple Real Poles

Based upon Eqs. (20) and (21) the structures of the regulator can be drawn as in Fig. 2 and 3, respectively. The equations which characterize the regulator are :

$$(22)\quad \begin{cases} y_0 = \dfrac{C_n(t)}{a_n}\, x_a, & \text{(only for } r = n), \\ \dfrac{dy_{2k-1}}{dt} - \lambda_k y_{2k-1} = x_a, \quad y_{2k} = \dfrac{L(\lambda_k, t)}{M'(\lambda_k)}\, y_{2k-1}, & \text{(both for } r = n \text{ and } r < n), \\ (k = 1, 2, \ldots, n), \\ x_1 = y_0 + y_2 + y_4 + y_6 + \ldots + y_{2k} + y_{2n}. \end{cases}$$

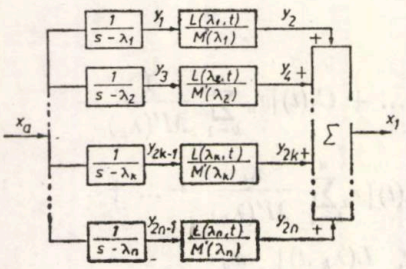


Fig. 2

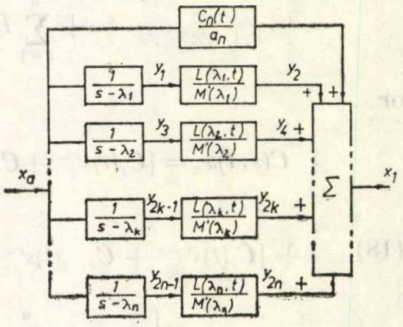


Fig. 3

The structure of the regulator as shown in Figs. 2 and 3 allows us to conclude that it is made by the cascade-connecting of some elements of the first order with constant parameters, followed by amplifiers with variable gain.

5. The Physical Realization of the Regulator for the Case of Simple Complex Poles

The poles must appear as conjugated pairs and the functions $L(\lambda_k, t)/M'(\lambda_k)$ corresponding to a pair of conjugated poles must also be conjugated. Consider a pair of complex conjugated poles $r_{1,k}$ and $r^*_{1,k}$. For this pair of poles, a structural diagram according to Fig. 2 and 3 can be attached, as in Fig. 4.

For the last structural diagram one can write :

$$\frac{1}{s-\underline{r}_{1,k}}\cdot\frac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}+\frac{1}{s-\underline{r}^*_{1,k}}\cdot\frac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}=\frac{s}{(s-\underline{r}_{1,k})(s-\underline{r}^*_{1,k})}\left[\frac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}+\right.$$

$$\left.+\frac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}\right]+\frac{1}{(s-\underline{r}_{1,k})(s-\underline{r}^*_{1,k})}\left[-\underline{r}^*_{1,k}\frac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}-\underline{r}_{1,k}\frac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}\right]= \tag{23}$$

$$=\frac{s}{(s-\underline{r}_{1,k})(s-\underline{r}^*_{1,k})}\left\{\frac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}+\left[\frac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}\right]^*\right\}+$$

$$+\frac{1}{(s-\underline{r}_{1,k})(s-\underline{r}^*_{1.k})}\left\{-\left[\underline{r}_{1,k}\frac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}\right]^*-\underline{r}_{1,k}\frac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}\right\}.$$

We introduce the notations:

$$\begin{cases} f_{2k}(t)=\dfrac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}+\left[\dfrac{L(\underline{r}_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}\right]^*, \\ F_{2k-1}(t)=-\left\{\left[\underline{r}_{1,k}\dfrac{L(\underline{r}^*_{1,k},t)}{M'(\underline{r}_{1,k})}\right]^*+\underline{r}_{1,k}\dfrac{L(\underline{r}^*_{1,k};t)}{M'(\underline{r}^*_{1,k})}\right\}, \\ -(\underline{r}_{1,k}+\underline{r}^*_{1,k})=b_{1,k}-\text{real number},\ \underline{r}_{1,k}\underline{r}^*_{1,k}=b_{0,k}-\text{real number}. \end{cases} \tag{24}$$

Taking into account relation (23) and according to the notations (24), the structural diagram from Fig. 4 becomes as shown in Fig. 5.

It results from the structural diagram shown in Fig. 5 that for the case of simple complex poles, the regulator is realized by a cascade of some elements of the second order with constant parameters, followed by amplifiers with variable gain.

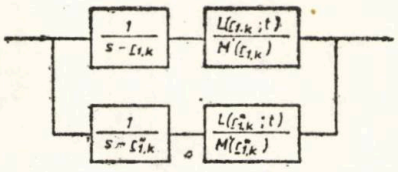


Fig. 4

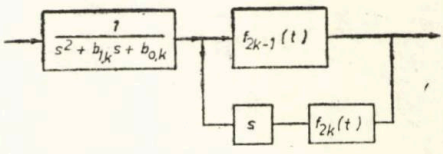


Fig. 5

For the case when the system with constant parameters has simple real and complex poles, a cascade of elements of the first and second order with constant parameters, followed by amplifiers with variable gain, will appear in the diagram of the regulator.

6. Conclusions

The following steps are to be done in the method of synthesis proposed for linear systems with time-varying parameters:

a) The differential equation of the closed-loop system with constant parameters is determined by classical methods.

b) The differential equation of the open-loop system is also determined.

c) The structure of the regulator (see Eqs. (20), (21), (24)) which cascade-connected with the regulated object is to be described by the differential equation imposed for the open-loop system with constant parameters is finally constructed.

Received, December 21, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Physics and Electronics

REFERENCES

1. Kirszemblat A., *Calcul opérationnel généralisé des systèmes linéaires paramétriques.* Ann. des télécom. *11—12* (1969).
2. Stubberud A. R., *Linear Time-Variable System Synthesis Techniques in Modern Control Systems Theory.* C. T. Leondes, New York, Mc. Graw Hill, 1965.

SINTEZA SISTEMELOR AUTOMATE LINIARE CU PARAMETRI VARIABILI ÎN TIMP (I)

(Rezumat)

Se prezintă o metodă generală de sinteză a sistemelor automate liniare cu parametri variabili în timp.

Cunoscîndu-se structura sistemului cu parametri variabili în timp, se determină structura unui regulator, astfel încît cascada regulator — sistem cu parametri variabili în timp să aibă o comportare dorită (impusă de beneficiar).

Metoda de sinteză este relativ simplă, structura regulatorului este uşor realizabilă fizic şi economică.

În metoda de sinteză nu se impun restricţii asupra funcţiilor de timp care caracterizează parametrii variabili ai sistemului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. C. 538.244.2

ABOUT THE WORKING CONDITION OF THE MONOPHASIC ELECTROMAGNET WITH ALTERNATIVE CURRENT, IN VIBRATION STATE OF MOBILE ARMATURE

BY
EUGEN HNATIUC

1. Introduction

The motion equation of the mobile armature of a monophasic, alternative current electromagnet (Fig. 1), under the action of an attraction force, $F(t)$, is of the form :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = F(t), \tag{1}$$

in which the notations are usual.

For a voltage of feeding of the electromagnet's coil of a sinusoidal form :

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \gamma) \tag{2}$$

it is obtained a variation vs. time of the attraction force given by the relation :

$$F(t) = F_m(1 - \cos 2\omega t). \tag{3}$$

The solution of the differential Eq. (1) is, in this case, of the form [2] :

$$x(t) = \frac{F_m}{k}\{1 - [\sqrt{(1-4\lambda^2)^2 + 16\lambda^2\beta^2}]^{-1} \cos(2\omega t - \varphi)\}, \tag{4}$$

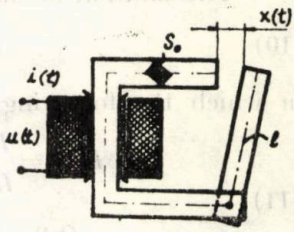


Fig. 1

with : $\lambda = f/f_0$ — the ratio between the frequency of the force $F(t)$ and the proper frequency of oscillation of the armature ($\lambda \ll 1$) ; $\beta = h/2\sqrt{km}$ — the ratio of damping : $\varphi = \operatorname{arctg}[4\lambda\beta/(1-4\lambda^2)]$ — the phase difference between the attraction force and the phase of the displacement of the mobile armature, negligible if $\lambda \ll 1$.

The solution of differential Eq. (1) can be represented under the equivalent form

$$x(t) = x_0(1 - m' \cos 2\omega t) \quad \text{with } x_0 = \frac{F_m}{k}, \quad m' = \frac{1}{\sqrt{(1-4\lambda^2)^2 + 16\lambda^2\beta^2}}. \tag{5}$$

The inductance of the electromagnet's coil will be modified as function of time, because of the displacement of the mobile armature, i. e. :

$$L(t) = \frac{\psi}{I} = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{b/\mu_{Fe}S_0 + x(t)/\mu_0 S_0} = \frac{L_0}{1 - m\cos 2\omega t}, \tag{6}$$

in which : N is the number of windings of electromagnet's coil ; R_m — the reluctance of the magnetic circuit of the electromagnet ; l — total length of the magnetic circuit with iron's core of constant cross section S_0 ; x_0 — the average value of the air-gap of the magnetic circuit. At the same time the following notations have been utilized :

$$L_0 = \frac{N^2 S_0 \mu_{Fe}\mu_0}{\mu_0 l + \mu_{Fe}x_0}, \quad m = \frac{m'\mu_{Fe}x_0}{\mu_0 l + \mu_{Fe}x_0} < m'. \tag{7}$$

2. The Study of the Autoparametric Circuit Equivalent to the Electric Circuit of the Electromagnet

It is noticed that the electromagnet's coil act like a real autoparametric inductance, with $m < 1$ — the modulation degree.

The equivalent scheme of the parametric circuit obtained in this way, is given again in Fig. 2. According to this scheme, it is possible to write the equation :

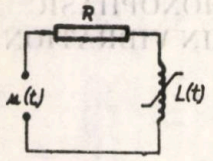


Fig. 2

$$L(t)\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \left[R + \frac{\mathrm{d}L(t)}{\mathrm{d}t}\right] i(t) = u(t). \tag{8}$$

Performing the calculations and taking into account the relations (2) and (6), Eq. (8) becomes :

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \left[\frac{R}{L_0}(1 - m\cos 2\omega t) - \frac{2m\omega \sin 2\omega t}{1 - m\cos 2\omega t}\right] i(t) = \tag{9}$$

$$= \frac{U_m}{L_0}\sin(\omega t + \gamma)(1 - m\cos 2\omega t).$$

The solution of this differential Eq. is of the form [3] :

$$i(t) = \mathrm{e}^{-\int P(t)\,\mathrm{d}t}\left[A + \int Q(t)\mathrm{e}^{\int P(t)\,\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t\right], \tag{10}$$

in which the following notations have been utilized :

$$P(t) = \frac{R}{L_0}(1 - m\cos 2\omega t) - \frac{2m\omega \sin 2\omega t}{1 - m\cos 2\omega t}, \tag{11}$$

$$Q(t) = \frac{U_m}{L_0}\sin(\omega t + \gamma)(1 - m\cos 2\omega t),$$

A being a constant of integration, characterizing the free state of the circuit represented in Fig. 2.

As result of the calculations it is obtained :

$$\int P(t)\mathrm{d}t = \frac{R}{L_0}t - \frac{mR}{2\omega L_0}\sin 2\omega t - \ln(1 - m\cos 2\omega t) \tag{12}$$

and hence

$$\mathrm{e}^{\pm\int P(t)\mathrm{d}t} = \mathrm{e}^{\pm\frac{R}{L_0}t}\,\mathrm{e}^{\mp\frac{mR}{2\omega L_0}\sin 2\omega t}(1 - m\cos 2\omega t)^{\mp 1}. \tag{13}$$

The following notations are introduced :

$$\frac{R}{L_0} = a, \qquad \frac{mR}{2\omega L_0} = b \ll 1, \tag{14}$$

and it is taken into account the serial powers development :

$$\mathrm{e}^{\pm b\sin 2\omega t} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\pm 1)^k b^k}{k!}\sin^k 2\omega t. \tag{15}$$

On the basis of the relations (11) and (13) it results :

$$\int Q(t)e^{\int P(t)dt}\,dt = \frac{U_m}{L_0}\int \sin(\omega t+\gamma)\,e^{-b\sin 2\omega t}e^{at}\,dt. \tag{16}$$

Knowing the serial development (15) it is obtained definitively :

$$Q(t)e^{\int P(t)dt}\,dt = \frac{U_m}{L_0}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-2)^k b^k}{k!}\int e^{at}\sin(\omega t+\gamma)\sin^k\omega t\cos^k\omega t\,dt. \tag{17}$$

The current through the electromagnet's coil, given by (10), becomes in this case :

$$i(t) = e^{-at}e^{b\sin 2\omega t}(1-m\cos 2\omega t)\left[A + \right.$$
$$\left. + \frac{U_m}{L_0}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-2)^k b^k}{k!}\int e^{at}\sin(\omega t+\gamma)\sin^k\omega t\cos^k\omega t\,dt\right]. \tag{18}$$

The steady state solution, independent of the initial conditions, results :

$$i_p(t) = \frac{U_m}{L_0}e^{-at}(1-m\cos 2\omega t)\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-2)^k b^{j+k}}{k!}\sin^j 2\omega t\int e^{at}\sin^{k+1}\omega t\cos^k\omega t\,dt, \tag{19}$$

where relation (15) has been used, and $\gamma = 0$ has been admitted for the simplification of the calculations.

It is noticed that the calculation of the integrals of the form :

$$I_1 = \int e^{at}\sin^m\omega t\cos^n\omega t\,dt \tag{20}$$

is necessary, which can be solved by recurrence [4].

On the basis of calculations reproduced in Appendix 1 it results for the permanent state current, the expression :

$$i_p(t) = \sum_{l=0}^{\infty} C'_{2l+1}\sin[(2l+1)\omega t + \theta'_{2l+1}]. \tag{21}$$

The steady state current will therefore contain in its spectrum exclusively harmonics of odd order in case of the vibration state of the mobile armature of the electromagnet.

3. Experimental Confirmations

It has been studied the working of a monophasic electromagnet with alternative current, in vibration state of the mobile armature, for which $R = 10\,\Omega$, $L_0 = 0.5$ H and $b = 0{,}025 \ll 1$. In this case the relations (15) can be written holding from the serial development just the first two terms :

$$e^{\pm b\sin 2\omega t} \approx 1 \pm b\sin 2\omega t. \tag{22}$$

Taking in account (22), expression (19) of the current becomes :

$$i_p(t) = \frac{U_m}{L_0}e^{-at}(1 - $$
$$- m\cos 2\omega t)\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\frac{(-2)^k b^{j+k}}{j!\,k!}\sin^j 2\omega t\int e^{at}\sin^{k+1}\omega t\cos^k\omega t\,dt. \tag{23}$$

After effecting the calculations and negelegting all terms smaller than unity (Appendix 2), the relation (23) becomes :

$$i_p(t) = \frac{U_m}{Z_1}\sqrt{\left(1+\frac{b^2}{4}-\frac{m}{2}\right)^2+\frac{m^2b^2}{4}\left(\frac{Z_1+Z_3}{Z_3}\right)^2}\sin(\omega t+\delta_1)+$$

$$+\frac{U_m}{2Z_1Z_3}\sqrt{b^2(Z_1+Z_3)^2+m^2Z_3^2}\sin(3\omega t+\delta_3)- \tag{24}$$

$$-\frac{U_m}{Z_3}\cdot\frac{b^2}{4}\sqrt{b^2+m^2\left(\frac{Z_1+Z_3}{Z_1}\right)^2}\sin(5\omega t+\delta_5)+\frac{U_m}{Z_3}\cdot\frac{mb^2}{8}\cos 7\omega t,$$

in which Z_{2k+1}, φ_{2k+1}, δ_1, δ_3, δ_5 are specified in the Appendix 2.

It has been confirmed the presence of harmonics of odd order in current spectrum, $i_p(t)$.

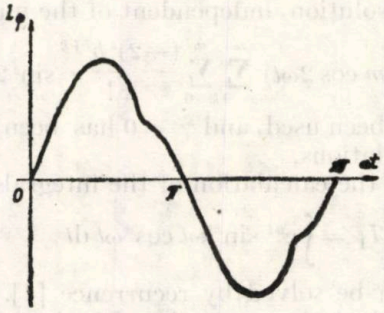


Fig. 3

The curve $i_p(t)$, obtained experimentally on oscilloscope, is presented in Fig. 3. Effecting harmonic analysis using the Thomson-Runge method, with help of computer, the following values of harmonic amplitudes have been obtained (Table 1):

Table 1

C_1'	C_2'	C_3'	C_4'	C_5'	C_6'	C_7'	C_8'	C_9'	C_{10}'	C_{11}'
4.5	0.49	2.26	0.08	1.27	0.18	0.473	0.14	0.646	0.045	0.497

It is confirmed the presence of harmonics of uneven order in current spectrum $i_p(t)$; the harmonics of even order have amplitudes negligible by comparison with those of uneven order.

4. Conclusions

1. The monophasic electromagnet with alternative current in vibration state of the mobile armature can be considered as a real autoparametric inductance.

2. In the current spectrum, $i_p(t)$, which runs through the circuit represented in Fig. 2, in the specified condition, appear harmonics of uneven order.

3. In the case of an alternative current electromagnets for which $b \ll 1$ it is confirmed experimentally, qualitatively, the analytic results obtained by calculus.

Appendix 1

The relation of recurrence [4]:

$$I_1 = \int e^{at} \sin^m \omega t \cos^n \omega t \, dt = \frac{\omega^2}{(m+n)^2\omega^2 + a^2} \left\{ \frac{1}{\omega} e^{at} \sin^m \omega t \cos^{n-1} \omega t \left[\frac{a}{\omega} \cos \omega t + \right. \right.$$

$$\left. + (m+n) \sin \omega t \right] - ma \int e^{at} \sin^{m-1} \omega t \cos^{n-1} \omega t \, dt + \tag{A 1}$$

$$\left. + \omega(m+n)(n-1) \int e^{at} \sin^m \omega t \cos^{n-1} \omega t \, dt \right\}$$

is used.

In the development, by recurrence, of the integrals of the form I_1, appear, as it is noticed, terms of the form:

$$A_{m+n} = \sin^m \omega t \cos^{n-1} \omega t \left[(m+n) \sin \omega t + \frac{a}{\omega} \cos \omega t \right] = \tag{A 2}$$

$$= A'_{m+n} \sin^m \omega t \cos^{n-1} \omega t \cos(\omega t - \varphi_{m+n}),$$

with

$$\varphi_{m+n} = \operatorname{arctg} \frac{\omega(m+n)}{a}, \qquad A'_{m+n} = A_{m+n} \sqrt{(m+n)^2 + \left(\frac{a}{\omega}\right)^2}.$$

The sum of indices of fhe trigonometric functions, $m + n = 2k + 1$, is an uneven number. Therefore these products of trigonometric functions can be expressed through the trigonometric functions of odd multiples of the arc ωt. Consequently, expression (19) would be written under the form:

$$i_p(t) = \frac{U_m}{L_0} (1 - m \cos 2\omega t) \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} B_{2k+1} \frac{b^j}{j!} \sin^j 2\omega t \sin [(2k+1)\omega t + \psi_{2k+1}]. \tag{A 3}$$

But the products of the form $\sin^j 2\omega t \sin [(2k+1)\omega t + \psi_{2k+1})$ could be written as functions of the multiple of the arc of uneven order of multiplicity. Consequently it is obtained:

$$i_p(t) = \frac{U_m}{L_0} (1 - m \cos 2\omega t) \sum_{l=0}^{\infty} C_{2l+1} \sin [(2l+1)\omega t + \theta_{2l+1}] =$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} C'_{2l+1} \sin [(2l+1)\omega t + \theta'_{2l+1}]. \tag{A 4}$$

Appendix 2

The developed expression of the current $i_p(t)$, given by (23), becomes succesively:

$$i_p(t) = \frac{U_m}{L_0} e^{at} (1 - m \cos 2\omega t) \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} \frac{(-2)^k b^{j+k}}{j!\, k!} \sin^j 2\omega t \int e^{at} \sin^{k+1} \omega t \cos^k \omega t \, dt = \tag{A5}$$

$$= U_m(1-\cos 2\omega t)\left\{\frac{1}{Z_1}\left[\left[\sin(\omega t-\varphi_1)-\frac{b}{2}\cos(\omega t-\varphi_1)-\frac{b^2}{4}\sin(\omega t+\varphi_1)+\right.\right.\right.$$

(A 5)

$$+\frac{b}{2}\cos(\omega t+\varphi_1)-\frac{b^2}{4}\cdot\frac{Z_1}{Z_3}\sin(\omega t+\varphi_3)-\frac{b}{2Z_3}\left[\frac{b}{2}\cdot\frac{Z_3}{Z_1}\sin(3\omega t-\varphi_1)+\right.$$

$$\left.\left.\left.+\frac{Z_3}{Z_1}\cos(3\omega t-\varphi_1)-\cos(3\omega t-\varphi_3)+\frac{b^2}{4Z_3}\sin(5\omega t-\varphi_3)\right]\right.,$$

where the relations

(A 6)

$$\begin{cases}\displaystyle\int e^{at}\sin\omega t\,dt=\frac{L_0\,e^{at}}{Z_1}\sin(\omega t-\varphi_1),\\[2ex]\displaystyle\int e^{at}\sin^2\omega t\cos\omega t\,dt=\frac{L_0\,e^{at}}{4}\left[\frac{\cos(\omega t-\varphi_1)}{Z_1}-\frac{\cos(3\omega t-\varphi_3)}{Z_3}\right],\\[2ex] Z_{2k+1}=\sqrt{R^2+(2k+1)^2\omega^2L_0^2}\,,\quad \varphi_{2k+1}=\operatorname{arctg}\dfrac{(2k+1)\omega L_0}{R}\,,\end{cases}$$

have been utilized.

Taking in account the identities:

$$A\sin\alpha\pm B\cos\alpha=\sqrt{A^2+B^2}\sin(\alpha\pm\eta),\quad \eta=\operatorname{arctg}\frac{A}{B}\,,$$

$$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)],\quad \cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

and relation (14_2), neglecting the terms smaller than unity, it results:

$$i_p(t)=U_m(1-m\cos 2\omega t)\left\{\frac{1}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\left[\sin(\omega t-\varphi_1-\psi_1)-\frac{b}{2}\sin(\omega t+\varphi_1-\theta_1)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{b}{2Z_3}\left[\frac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\sin(3\omega t-\varphi_1-\psi_3)-\cos(3\omega t-\varphi_3\right]+\frac{b^2}{4Z_3}\sin(5\omega t-\varphi_3)\right\}\approx$$

(A 7)

$$\approx U_m(1-m\cos 2\omega t)\left[-\frac{1}{Z_1}\left(1+\frac{b^2}{4}\right)\cos\omega t+\frac{b}{2Z_3}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\right)\sin 3\omega t-\right.$$

$$\left.-\frac{b^2}{4Z_3}\cos 5\omega t\right]=-\frac{U_m}{Z_1}\left[\frac{mb}{4}\cdot\frac{Z_1}{Z_3}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\right)\sin\omega t+\left(1+\frac{b^2}{4}-\frac{m}{2}\right)\cos\omega t\right]+$$

$$+\frac{U_m}{Z_3}\left[\frac{b}{2}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\right)\sin 3\omega t+\frac{m}{2}\left(\frac{Z_3}{Z_1}+\frac{b^2}{4}\right)\cos 3\omega t\right]-$$

$$\frac{U_m}{Z_3}\left[\frac{b^2}{4}\cos 5\omega t++\frac{mb}{4}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\frac{b^2}{4}}\right)\sin 5\omega t\right]+\frac{U_m}{Z_3}\cdot\frac{mb^2}{8}\cos 7\omega t.$$

Here the following approximativs relationes have been accepted:

$$\varphi_1=\operatorname{arctg}\frac{\omega L_0}{R}\approx\frac{\pi}{2}\,,\ \theta_1=\operatorname{arctg}\frac{2}{b}\approx\frac{\pi}{2}\,,\ \psi_1=\operatorname{arctg}\frac{b}{2}\approx 0\,,$$

$$\psi_3=\operatorname{arctg}\frac{2}{b}\approx\frac{\pi}{2}\,,\ \varphi_3=\operatorname{arctg}\frac{3\omega L_0}{R}\approx\frac{\pi}{2}\,.$$

Finally it is obtained :

$$i_p(t) = -\frac{U_m}{Z_1}\sqrt{\left(1+\frac{b^2}{4}-\frac{m}{2}\right)^2+\frac{m^2b^2}{4}\left(\frac{Z_1+Z_3}{Z_3}\right)^2}\sin(\omega t+\delta_1)+$$

$$+\frac{U_m}{2Z_1Z_3}\sqrt{b^2(Z_1+Z_3)^2+m^2Z_3^2}\sin(3\omega t+\delta_3)- \tag{A 8}$$

$$-\frac{U_m}{Z_3}\cdot\frac{b}{4}\sqrt{b^2+m^2\left(\frac{Z_1+Z_3}{Z_3}\right)^2}\sin(5\omega t+\delta_5)+\frac{U_m}{Z_3}\cdot\frac{mb^2}{8}\cos 7\omega t,$$

with :

$$\begin{cases} \delta_1 = \operatorname{arctg}\dfrac{1+\dfrac{b^2}{4}-\dfrac{m}{2}}{\dfrac{mb}{4}\cdot\dfrac{Z_1}{Z_3}\left(1+\dfrac{Z_3}{Z_1}\sqrt{1+\dfrac{b^2}{4}}\right)} \approx \operatorname{arctg}\dfrac{1-\dfrac{m}{2}}{\dfrac{mb}{4}\cdot\dfrac{Z_1+Z_3}{Z_3}}, \\ \delta_3 = \operatorname{arctg}\dfrac{mZ_3}{b(Z_1+Z_3)}, \quad \delta_5 = \operatorname{arctg}\dfrac{bZ_1}{m(Z_1+Z_3)}. \end{cases} \tag{A 9}$$

Received, Mai 27, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electroenergetic

REFERENCES

1. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
2. Dinculescu P., *Studiul experimental al forţei de atracţie la electromagneţii de curent alternativ monofazaţi.* Electrotehnica, *12* (1971).
3. Haimovici A., *Ecuaţii diferenţiale şi ecuaţii integrale.* EDP, Buc., 1965.
4. Smoleanski M. L., *Tabele de integrale nedefinite*, (transl. from Russian). Ed. tehn., Buc., 1972.
5. Якубович В. А., Старжинский В. М., *Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения.* Изд. Наука, М., 1972.

ASUPRA FUNCŢIONĂRII ELECTROMAGNETULUI DE CURENT ALTERNATIV MONOFAZAT ÎN REGIM DE VIBRAŢIE A ARMĂTURII MOBILE

(Rezumat)

Se analizează comportarea bobinei autoparametrice reale, alimentată de la o sursă de tensiune sinusoidală. corespunzătoare electromagnetului monofazat de curent alternativ de tip clapetă, în regim de vibraţie a armăturii mobile. Se justifică pe cale analitică şi se confirmă experimental prezenţa armonicelor de rang impar în spectrul curentului care parcurge circuitul în regim permanent.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.318.72

ÜBER DIE ENTWURFSVORAUSSETZUNGEN DER FÜR DIE DÄMPFUNG DES VERZERRUNGSBETRIEBES VON INDUSTRIELLEN ELEKTRISCHEN NETZWERKEN BESTIMMTEN RESONANZFILTER

VON

M. VOICU

1. Einführung

Die schnelle Entwicklung der großen elektrischen Netzwerken hat zahlreiche Probleme gestellt, die eine dringliche Lösung forderten. Ein solches Problem mit theoretischen und technisch-wirtschaftlichen Verwicklungen war dasjenige der Energiebilanz. Es sind bei dieser Gelegenheit und im Zusammenhang mit dem periodisch sinusförmigen Dauerbetrieb die Größen : zeitvariante Energie und Leistung, Wirk-, Blind- und Scheinenergie und -leistung und Leistungsfaktor in die Elektrotechnik eingeführt worden.

Die Verbreitung der Elektroenergieanwendung durch die Einschaltung der nichtlinearen Verbraucher verlangte die Festlegung des Verzerrungsbetriebes als ein mit nichtsinusförmigen Größen dauerhafter Betrieb und ein Zurückkommen in einer allgemeineren Einfassung auf das Problem der Energiebilanz, [1]... [40].

Der rumänische Wissenschaftler C. B u d e a n u hat das Verdienst die Größen: Verzerrungsenergie und -leistung mit eigenen Meßeinheiten und in engem Zusammenhang mit den Größen Wirk-, Blind- und Scheinleistung und -energie in die Elektrotechnik eingeführt zu haben [1]... [7], [9]... [11], [17].

Die Theorie des Verzerrungsbetriebes und der Resonanzfilterentwurf sind von Anfang an auf die Voraussetzung begründet worden, daß der Verzerrungsbetrieb ständig, also in der Tat ein deterministisches Phänomen sei.

Dieser einführende Aufsatz ist der erste aus einer Reihe von etwa sechs Artikeln, die die von der Ausarbeitung der Dissertation [40], veranlassten Vorschungen des Verfassers allmählich dargestellt werden.

Die originelle von den experimentellen Beobachtungen bestätigte Grundidee, die die schon erwähnten Forschungen auslöste, besteht darin, daß der Verzerrungsbetrieb von industriell angewandten elektrischen Netzwerken ein stochastischer Prozeß ist.

Im Folgenden wird eine kritische auf die experimentellen Tatsachen begründete Analyse der Voraussetzungen des Resonanzfilterentwurfs durchgeführt.

2. Theoretische und experimentelle wichtige Aspekte des Verzerrungsbetriebes

Die Strom- und Spannungsoberschwingungen können sowohl von Synchrongeneratoren als auch von elektrischen Rezeptoren erzeugt werden. Die zur Zeit wichtigsten Oberschwingungsquellen sind die Gleichrichter von

allen Typen. Diese werden mehr und mehr in der für die Elektrolyse, elektrischen Antriebe usw. Elektroenergieversorgung angewendet. Dazu kommen die Anlagen mit elektrischen Bogen, die Induktionsmotoren und die Fluoreszenzlampen, deren Anwendung sehr stark gestiegen ist.

2.1. Oberschwingungsquellen

Die Oberschwingungsquellen von elektrischen Netzwerken sind in zwei Gruppen eingeteilt [8], [12], [13], [16], [17], [19], [20], [27], [34] ... [36], nämlich :

a) Generatoren für Spannungsoberschwingungen, die in der äquivalenten Schaltung durch einen Spannungsgenerator für jede k-te Oberschwingung, wie in Abb. 1 dargestellt werden , wobei $1/\underline{Y}_k$ und $\underline{Z}_k$ die innere Impedanz des Spannungsgenerators bzw. die Netzwerkimpedanz für jede k-te Oberschwingung sind. Der Strom in diesem elektrischen Kreis wird folgendermassen berechnet :

$$\underline{I}_k^t = \frac{\underline{Y}_k}{1 + \underline{Y}_k \underline{Z}_k} \underline{E}_k \,. \tag{1}$$

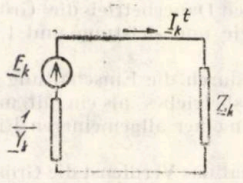


Abb. 1

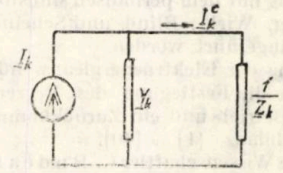


Abb. 2

Die Synchron- und Asynchronmaschinen und die Transformatoren sind Spannungsoberschwingungsgeneratoren.

b) Generatoren für Stromoberschwingungen, die in der äquivalenten Schaltung durch einen Stromgenerator für jede k-te Oberschwingung, wie in Abb. 2, dargestellt werden, wobei $\underline{Y}_k$ und $1/\underline{Z}_k$ die innere Admitanz des Stromgenerators bzw. die Netzwerkadmitanz für jede k-te Oberschwingung sind. Der Strom in diesem elektrischen Kreis wird, wie folgt, erhalten

$$\underline{I}_k^c = \frac{1}{1 + \underline{Y}_k \underline{Z}_k} \underline{E}_k \,. \tag{2}$$

Die Gleichrichter, die Schweißanlagen, die Fluoreszenzlampen, die mit elektrischem Bogen funktionierenden Schmelzofen, das Koronaeffekt sind Stromoberschwingungsgeneratoren.

Wenn man für die Mehrheit der elektrischen Rezeptoren, die Oberschwingungsquellen sind, die äquivalente Schaltung mit Stromoberschwingungsgeneratoren annimmt, dann erhält man als rein formelle Ursachen des Verzerrungsbetriebes die Stromquellen $\underline{I}_k$ (Abb. 2).

Die experimentellen Beobachtungen haben zwar bestätigt, daß die obige Annahme erfüllt ist, aber nur unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Amplitude und die Phase des erzeugten Stromes $\underline{I}_k$ nur auf kleinen und vom Zufall bestimmten Zeitintervallen konstant bleiben.

Die Messungen und die Analysen, die beim Hüttenkombinat Galatz im Jahr 1968, [41] (Abb. 3 und Tabelle 1) durchgeführt worden sind, zeigen, daß die Effektivwerte und die Phasen der Stromoberschwingungen bei den vier Betriebsarten eines Walzenantriebes unterschiedlich ausfallen. Die Reihenfolge und die Dauer der verschiedenen Walzenbetriebsarten für mehrere Walzenanlagen, wie man experimentell beobachtet hat und wie zu erwarten ist, treten regellos kombiniert auf. Man kann also annehmen, daß der Strom einen stochastischen Prozeß darstellt.

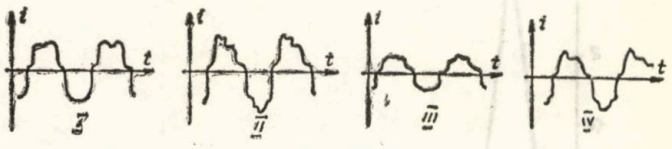


Abb. 3

Tabelle 1

Ordnung der Oberschwingung k	Betriebsart des Walzenantriebes							
	I		II		III		IV	
	I_k/I_1 %	k rad	I_k/I_1 %	k rad	I_k/I_1 %	k rad	I_k/I_1 %	k rad
1	100,000	0,363	100,000	0,514	100,000	−0,274	100,000	−0,025
2	6,132	−0,983	13,375	−0,857	13,439	−1,557	7,624	−0,794
3	8,859	1,095	6,420	0,109	5,891	0,548	6,440	0,259
4	2,084	−1,340	5,737	−1,515	2,294	−0,593	8,919	−0,708
5	9,145	−1,319	6,666	−1,114	8,721	−1,143	5,463	−0,134
6	2,898	0,106	2,716	1,474	8,035	0,355	2,484	0,157
7	10,512	−0,779	7,830	0,238	6,784	1,506	6,033	0,209
8	1,322	0,411	2,024	0,229	1,311	−1,217	1,807	−1,407
9	7,401	−0,108	4,069	0,758	4,724	1,104	2,662	0,523
10	0,839	0,026	4,830	0,603	2,212	−0,398	4,919	−0,599
11	1,938	0,255	1,341	1,348	0,738	−0,075	0,269	1,382
12	1,744	1,483	1,728	1,379	4,362	−1,122	3,836	−0,369
13	2,860	−1,507	2,344	0,258	2,300	−0,236	1,951	0,925
14	2,323	−0,908	0,740	0,707	2,560	−0,946	1,277	−0,336
15	4,766	−1,060	1,091	0,248	2,292	−0,547	1,983	1,374

2.2. Der Einfluß der Netzwerkimpedanz und der Rezeptorenadmitanz

Die Beziehung (2) hebt die Tatsache hervor, daß der Strom vom Produkt $\underline{Y}_k\underline{Z}_k$ abhängt. Von beiden Faktoren ist die Netzwerkimpedanz sehr wichtig, weil sie sich in umfassenden Grenzen mit der Frequenz verändert, im Gegensatz zur Rezeptorenadmitanz, deren Betrag sich monoton mit der wachsenden Frequenz verringert.

Die konkrete Gestaltung der Netzwerkimpedanz wird üblicherweise im Frequenzbereich studiert. Abb. 4 zeigt die Frequenzgangkennlinie des von Galatz betrachtend rumänischen Netzwerk. Die Messungen unterstreichen auch, daß die Parameter der Netzwerkimpedanz sich um diskret verteilte Zeitwerte verändern, derart daß sie die täglichen, wöchentlichen, monatlichen, jährlichen und durch die natürliche Entwicklung verursachten Abwechselungen die Netzwerkbelastung verfolgen.

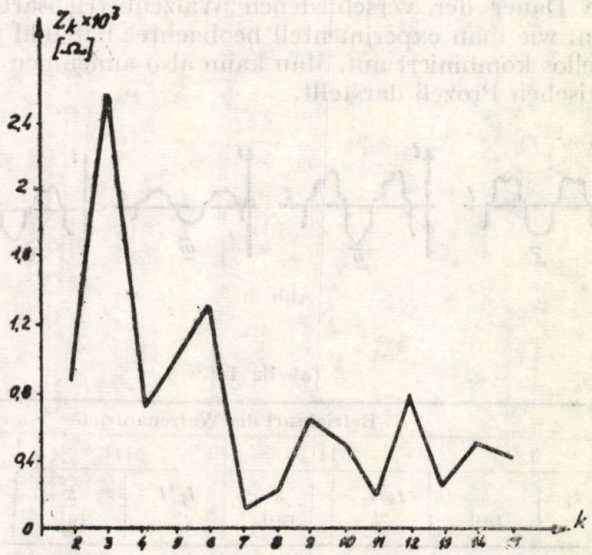


Abb. 4

3. Dämpfungsmittel für den Verzerrungsbetrieb

Um die Nachteile des Verzerrungsbetriebes klein zu halten, hat man die Anwendung der zwei Klassen von Dämpfungsmitteln [9], [10], [19], [20], [24], [31], [34], [41] ... [47], vorgeschlagen :

a) Die Verringerung des Oberschwingungsanteils der Spannung und des Stromes durch einen sorgfältigen Entwurf der Synchrongeneratoren, Transformatoren usw.

b) Die Verringerung des Oberschwingungsanteils der Spannung und des Stromes durch die Einschaltung der Resonanzfilter in bestimmten Punkten des elektrischen Netzwerks.

3.1. Resonanzfilter

Die meist benutzten Resonanzfilter sind die auf mehrere Frequenzen abgestimmten paralell geschalteten Filter. Die Bestimmung der Filterparameter wird so durchgeführt, daß aufgrund der Resonanzbedingungen die Oberschwingungen ausgesiebt werden. Beim Filterentwurf werden zu-

sätzlich wirtschaftliche Kriterien berücksichtigt [42], [44], [45], nämlich Kosten für Kondensatoren, Wert des Leistungsfaktors der Grundschwingung usw. In letzter Zeit wird der Filterentwurf durch analoge Simulation des Netzwerkes einschließlich der Filter nachgeprüft [41].

3.2. Über die Entwurfsvoraussetzungen der Resonanzfilter

Von der Analyse der gebräuchlichen Verfahren des Resonanzfilterentwurfs erhält man, daß diese auf folgende Annahmen begründet sind:

a) Die Ströme und die Spannungen im Netzwerk sind deterministische, periodisch dauerhafte Zeitfunktionen, die die Dirichletschen Bedingungen erfüllen, d.h. die Periode T kann in einer endlichen Zahl von Subintervalen zerteilbar sein und auf jeden sind die Funktionen kontinuirlich und monoton, so daß diese für $0 \leqslant t < +\infty$ in Fourier-Reihen entwickelt werden können, z. B. für den Strom

$$i(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k) \tag{3}$$

mit dem zugehörigen Spektrum (Abb. 5)

$$\Phi(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 \, \delta(s - \mathrm{j}k\omega_0) \, . \tag{4}$$

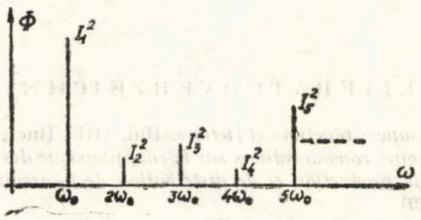


Abb. 5

Die von dieser Annahme gezogenen Konsequenzen sind die äquivalenten Schaltungen von den Abb. 1 und 2 und die entsprechenden Gleichungen (1) und (2).

b) Der Betrag der Linearisierten Rezeptorenadmitanz ist annähernd Null für die Frequenzen, die größer als die Frequenz der Grundschwingung sind.

c) Der Einfluß der Netzwerkimpedanz über die Funktionierung des Filters ist zu vernachlässigen, weil, gemäß der Annahme von b), auch das Produkt $Y_k Z_k$ von den Gleichungen (1) und (2) als Betrag miteinbegriffen ganz klein ist.

Im wesentlichen sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt für den Verzerrungsbetrieb von industriellen elektrischen Netzwerken, in weiterem Sinne also als großen Gruppierungen von verzerrenden elektrischen Rezeptoren betrachtet.

Die Spannungen und die Ströme im elektrischen Netzwerk sind keine in strengem Sinne der Definition periodischen Funktionen, weil, wie bei den Messungen festgestellt wurde, die Amplituden und die Phasen der Strom- und Spannungsoberschwingungen sich zufällig verändern. Unter diesen Umständen sind die Dirichletschen Bedingungen weder erfüllt, noch ist die Fourier-Entwicklung für $0 \leqslant t < +\infty$ mehr möglich.

Die letzten Voraussetzungen können nur für die erste Annäherung in bestimmten Spezialfällen angenommen werden. Der Einfluß der Impedanz des Netzwerkes, in dem Resonanzphänomene gleichzeitig auf mehrere Frequenzen möglich sind, ist manchmal unmöglich zu vernachlässigen.

4. Schlußfolgerung

Die aufgrund der schon erwähnten Voraussetzungen erhaltenen Resonanzfilter entsprechen also nicht prinzipiell den Phänomenen, für die in der Tat angewendet werden.

Dieser Mißklang wiederspiegelt sich letzten Endes in der Funktionierung der Filter, im Sinne, daß die reelle Ergebnisse sich von den erwarteten ganz unterscheiden und manchmal bringt die Anwesenheit dieser Filter wesentliche Nachteile für die normale Ausnützung des elektrischen Netzwerkes.

Eingegangen am 10. März 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektroenergieanwendungen
und Regelungstechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Budeanu C., *Puissances réactives et fictives.* Bul. IRE, Buc., *2* (1927).
2. Budeanu C., *Quelques considérations sur le rôle physique des puissances instantanées dans un système de production et de distribution de l'énergie électrique.* Bul. Inst. polit. Buc., *1* (1929).
3. Budeanu C., *Sur le fonctionnement d'un appareil déformant.* C. R. Ac. Sci., Paris, **199**, 1598 (1934).
4. Budeanu C., *Les harmoniques de tension et de courant sont-ils une réalité physique?* Bul. Inst. polit. Buc., *1* (1935).
5. Budeanu C., *Sur le transfert des phénomènes déformants.* Bul. IRE, Buc., *1* (1936).
6. Budeanu C., *Stadiul problemei fenomenelor reactive și deformante. Contribuție la evoluția ei.* Bul. IRE, Buc., *4* (1939).
7. Budeanu C., *Sur les phénomènes déformants.* Bul. IRE, Buc., *2* (1942).
8. Schwenkhagen H. F., *Allgemeine Wechselstromlehre.* Bd. **I**, *Grundlagen.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1951.
9. Budeanu C., *Aspecte tehnice ale fenomenelor reactive și deformante.* Electricitatea, **2**, *2* (1951).
10. Budeanu C., *Asupra formei de undă a mașinilor electrice.* St. și cerc. electrot., **2**, 17—26 (1952).
11. Budeanu C., *Asupra compensării și localizării fenomenelor deformante în o rețea electrică.* Rev. Univ. C. I. Parhon și a Polit. Buc., Șt. naturii, *1*, 129—144 (1952).
12. Horcher F., Asztalos P., *Szinuszgeneratorok ter veresi elvei.* Elektrotechnika, **46**, *4*, 110 (1953).
13. Pringent M. H., *Production et propagation des fréquences harmoniques dans les réseaux de transport d'energie.* RGÉ, *6*, 303—312 (1953).
14. Rădulet R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Litogr. înv., Buc., 1954.

15. Оркина Б. Г., *О высших гармониках в энергосистеме питающей ртутные выпрямители.* Электричество, *2*, 41—49 (1955).
16. Demontvignier M., *Contribution à l'étude de la génération des harmoniques de courant monophasé par les locomotives à redresseurs.* Bull. Soc. Fr. Electr., *68*, 544—551 (1956).
17. Budeanu C., Antoniu I. S., *Identificarea fenomenelor deformante în întreprinderile industriale de electricitate.* St. şi cerc. energ., **7**, *1*, 93—117 (1957).
18. Caussin C., *L'alimentation par redresseurs des moteurs de laminoires.* Electricité, *244*, 321—327 (1957).
19. Bornitz E., Hoffman M., Leiner G., *Harmonics in Electrical System and their Reduction through Filter Circuits.* CIGRE, rap. *304* (1958).
20. Geise H., *Leistungsfaktorverbesserung durch Kondensatoren und Sangkreise in Industrie werken mit Stromrichteranlagen.* AEG — Mitt., **48**, *11—12*, 659—675 (1958).
21. Whitehead C., Radly A., *Generation and Flow of Harmonics in Transmission System.* Proc. IEE, **2**, *1*, 29—38 (1959).
22. Antoniu I. S., Stănciulescu F., *Corelaţia între fenomenele deformante şi neliniaritatea circuitelor electrice* . St. şi cerc. energ., **11**, *4*, 701—716 (1961).
23. Rumpel D. D., *Die wechselstromseitigen Spannungsharmonischen eines Stromrichters bei idealer Sperresonans des Netzes.* Archiv f. Elektr., **XLVII**, 47—58 (1961).
24. Тимофеев Д. В., Бирюкова Р. П., *Условия работы конденсаторов неучение емкостных компенсационных установках.* Пром. энерг., *12*, 21 (1961).
25. Dinculescu C., Arie A., Potolea E., Iordănescu E., *Influenţa armonicilor produse de redresoare asupra funcţionării unui sistem electric.* Bul. Inst. polit. Buc., *2*, 147—166 (1962).
26. Laurent P., Gary C., Clade I., *Liaison en courant continu par cable, comportement de la station de conversion Boulogne — Echingen au point de vue des interférences téléphoniques et radiophoniques.* CIGRE, rap. *331* (1962).
27. Pilatowicz A., *Zawartoze harmoniczych w krzywej napriecia.* Energetika przemyslowa, **10**, *1*, 24—28 (1962).
28. Antoniu I. S., *Der Verformende Betriebszustand der energetischen Systeme und die betreffenden Folgen.* WZE, **9**, *1*, 1—17 (1967).
29. Rosman H., *Asupra puterii aparente instantanee în cîmpul electromagnetic în regim permanent periodic.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **11 (15)**, *3—4*, 279 (1965).
30. Arie A., *Influence des chemins de fer électrifiés en courant alternatif monofasé de 50 Hz sur le système électroénergétique.* Rev. Roum. Sci. techn.,Electrot. et énerg., **13**, *4*, 579—597 (1968).
31. Ionescu Al., *Efectul deformant al redresoarelor cu mercur în reţelele industriale.* ICDT, Buc., 1968.
32. Phadke A. G., Harlow J. H., *Generation of Abnormal Harmonics in High AC—DC Power Systems.* IEEE Trans., Pow. App. Syst., **87**, 873—882 (1968).
33. Reeve J., Krishnayya P.C.S., *Unusual Current Harmonics Arising from High Voltage DC Transmission.* IEEE Trans., Pow. App. Syst., **87**, 883—892 (1968).
34. Garabet T., Bivol I., Negru G., *Utilizarea redresoarelor comandate în acţionări electrice.* Ed. Tehn., Buc., 1969.
35. Preda M., *Bazele electrotehnicii.* Vol. **II**, EDP, Buc., 1969.
36. Voicu M., *Asupra unei proprietăţi a dipolilor liniari pasivi funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal.* Electrotehnica, **18**, 7, 233—236 (1970).
37. Moeller F., Frike H., *Grundlagen der Elektrotechnik.* Bd. **I**, B. G. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1971.
38. Melvold D. J., *Pacific HVDC Inertie System AC Side Harmonic Studies.* IEEE Trans., Pow. App. Syst., **92**, 690—701 (1973).
39. Voicu M., Sebastian L., *Die Analyse des Verzerrungsbetriebes von industriell angewandten elektrischen Netzwerken mittels dynamisch statistischer Methoden.* ETZ - A, **95**, 310—315 (1974).
40. Voicu M., *Asupra compensării optimale a regimului deformant din reţelele electrice industriale prin folosirea unor filtre Wiener autoadaptive.* Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1974.
41. Ionescu Al., *Combaterea avariilor echipamentelor din reţelele electrice cauzate de supratensiunile de rezonanţă armonică,* ICDT, Buc., 1968.

42. Arie E., Nicolae E., Cristea H., *Compensarea regimului deformant la instalațiile de redresare echipate cu baterii de condensatoare. II. Principii de alegere a parametrilor instalațiilor de filtrare a armonicilor.* St. și cercet. energ., **A 13**, *2*, 259—278 (1963).
43. Avramescu A., *Contribuții românești în compensarea energiei reactive și deformante.* Electrotehnica, **12**, *6*, 201—205 (1964).
44. Bălă C., Pomîrleanu J. M., Bîrgăuanu M., *Compensarea regimului deformant la instalații de redresare echipate cu baterii de condensatoare. I. Efectele armonicilor și mijloace pentru diminuarea lor.* St. și cerc. energ., **A 13**, *2*, 245—258 (1963).
45. Bălă C., *Dimensionarea filtrelor rezonante pentru receptoarele de putere inductive și deformante.* Electrotehnica, **12**, *6*, 205—213 (1964).
46. Pomîrleanu M., *Combaterea efectelor armonicilor de curent și de tensiune în rețelele electrice de transport și distribuție.* ICDT, Buc., 1963.
47. Stachegard H., *Batterie de condensateurs à filtre.* ASEA J., *4*, 123—126 (1961).
48. Angot A., *Complemente de matematici*, (aus französisch übersetzt). Ed. Tehn., Buc., 1961.
49. Șabac I., *Matematici speciale.* Vol II, EDP, Buc., 1965.
50 Antoniu I. S. *Chestiuni speciale de Electrotehnică.* Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1962.

ASUPRA IPOTEZELOR DE CALCUL A FILTRELOR REZONANTE PENTRU COMPENSAREA REGIMULUI DEFORMANT DIN REȚELELE ELECTRICE INDUSTRIALE

(Rezumat)

În acest articol, primul dintr-o serie în care se vor prezenta rezultatele cercetărilor prilejuite de elaborarea tezei de doctorat [40], pornind de la un nou punct de vedere conform căruia regimul deformant din rețelele electrice industriale este un proces aleatoriu, se efectuează o analiză critică, bazată pe fapte experimentale, a ipotezelor de calcul a filtrelor rezonante folosite în prezent pentru reducerea efectelor regimului deformant. Se arată că filtrele rezonante nu corespund principial fenomenelor pentru care sînt utilizate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 519.2: 538. 551

EVIDENȚIEREA HAZARDULUI STATIC ÎN CIRCUITELE LOGICE COMBINAȚIONALE SINTETIZATE PRIN METODA SIMBOLICĂ

DE

CORNELIU HUȚANU

1. Introducere

Hazardul static în circuitele logice combinaționale poate apare în timpul regimului tranzitoriu de comutare a variabilelor de intrare [1] ... [3], [5], fiind determinat de funcționarea neideală a elementelor circuitului. Apariția acestui fenomen atrage după sine introducerea unor semnale false și o funcționare imprevizibilă a circuitului respectiv. Din acest motiv evidențierea și eliminarea hazardului static reprezintă o problemă importantă legată direct de corectitudinea și siguranța în funcționare a automatelor discrete.

Metoda simbolică [4] constituie un instrument avantajos pentru sinteza circuitelor logice combinaționale și secvențiale. Această metodă devine, credem, net avantajoasă în cazul cînd circuitul sintetizat prezintă un număr mare de intrări și ieșiri.

Dacă în cazul circuitelor logice secvențiale se poate evidenția apariția hazardului folosind raportul de stare [4], în cazul circuitelor combinaționale nu a fost stabilită o posibilitate proprie metodei simbolice. În cele ce urmează se propune o cale de evidențiere sistematică a hazardului static la circuitele combinaționale chiar în momentul sintezei. De asemenea, se indică și modul de stabilire a termenilor redondanți necesari eliminării complete a fenomenelor de concurs în aceste circuite.

2. Evidențierea și eliminarea hazardului static

Un circuit logic combinațional este complet definit prin simbolul de marcare care conține condensat funcțiile logice proprii în formă disjunctivă (simbolul D) sau conjunctivă (simbolul C) [4]. Pentru un circuit cu n intrări și m ieșiri simbolul de marcare D, în forma operativă, este :

$$F(Y_1, Y_2, \ldots, Y_i, \ldots, Y_m) = D^{x_1 x_2 \ldots x_n}_{(n_1, n_2, \ldots, n_k), \ldots, (n_1, n_2, \ldots, n_j)} \tag{1}$$

În cadrul sintezei unui circuit combinațional dat prin simbolul de marcare se determină implicații primi (I) ai funcțiilor proprii minime, prin stabilirea

adiacențelor între numerele de stare. Astfel, pentru simbolul de marcare (1) funcția proprie Y_i se poate obține de forma :

$$Y_i = I_1 \cup I_2 \cup \ldots \cup I_j \cup I_k \cup \ldots \cup I_p, \tag{2}$$

în care implicanții primi $I_1, \ldots, I_p$ sînt termeni conjunctivi minimali.

Dacă se pot realiza și alte asocieri de numere de stare adiacente se obțin alte forme pentru funcția Y_i. Acest fapt înseamnă că între numerele de stare care au generat implicanții primi din (2) există adiacențe. În acest caz, la modificarea unei variabile de intrare x_k, cuprinsă în implicanții primi, poate avea loc o tranziție de la o stare corespunzătoare implicantului I_j la altă stare adiacentă dar corespunzătoare implicantului I_k. Neexistînd o acoperire minimală a acestor stări în expresia (2), funcția Y_i poate lua pentru un timp scurt valoarea 0 ; în mod normal ea trebuie să fie 1. Acest aspect este determinat de întîrzierea introdusă de elementul din schemă care asigură inversarea lui x_k.

Ținînd cont de cele prezentate mai sus se pot stabili următoarele reguli de evidențiere și eliminare a hazardului static, reguli care sînt valabile și pentru forma C a simbolului de marcare :

R e g u l a 1. *Hazardul static într-un circuit logic combinațional poate apare dacă între numerele de stare corespunzătoare implicanților primi ai funcțiilor logice care descriu circuitul există adiacențe.*

R e g u l a 2. *Noii implicanți primi care rezultă din considerarea numerelor de stare care generează hazardul reprezintă termenii redondanți necesari eliminării acestuia.*

Aceste reguli se pot utilia și pentru circuitele combinaționale realizate, implicînd doar faza de analiză, adică de stabilire a simbolului de marcare.

3. Exemple

Pentru a ilustra modul de aplicare a regulilor stabilite se vor considera două exemple, pentru claritate primul fiind mai simplu. Se va realiza, de asemenea, verificarea rezultatelor obținute folosind diagramele K a r n a u g h [1], [3].

EXEMPLUL I

Să se sintetizeze circuitul combinațional definit prin simbolul de marcare

$$F(Y_1, Y_2) = D^{x_1x_2x_3}_{(1,2,3,4,5,6),\ (1,2,3,5,6)}.$$

Să se stabilească dacă prezintă hazard static și în caz afirmativ să se determine termenii redondanți necesari eliminării acestuia.

Se va realiza o minimizare globală [4] care asigură soluția optimă din punct de vedere economic (folosirea în comun a unui număr maxim de module).

Implicanții primi comuni funcțiilor de ieșire Y_1 și Y_2 sînt :

$$\overset{2}{1/3} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{0\ 0\ \underline{1}} = \bar{x}_1 x_3, \qquad \overset{4}{2/6} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{0\ \underline{1}\ 0} = x_2 \bar{x}_3 .$$

Implicanții primi specifici sînt :

a) pentru Y_1 :

$$\overset{1}{4/5} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{1\ 0\ \underline{0}} = x_1 \bar{x}_2 ;$$

b) pentru Y_2 :

$$\overset{4}{5/1} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{\underline{1}\ 0\ 1} = \bar{x}_2 x_3.$$

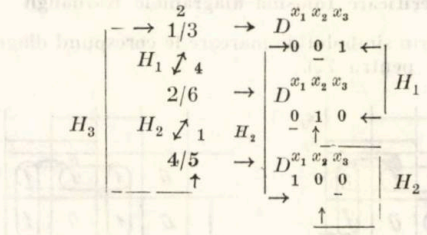
Deci expresiile funcţiilor proprii pentru circuitul sintetizat sînt :

$$Y_1 = \bar{x}_1 x_3 \cup x_2 \bar{x}_3 \cup x_1 \bar{x}_2, \quad Y_2 = \bar{x}_1 x_3 \cup x_2 \bar{x}_3 \cup \bar{x}_2 x_3. \tag{3}$$

3.I.1. Posibilităţi de apariţie a hazardului

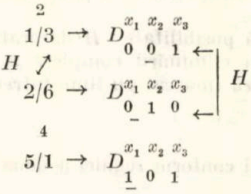
Se consideră listele de adiacenţă şi simbolurile de marcare corespunzătoare implicanţilor primi ai fiecărei funcţii.

Pentru Y_1 avem :



Conform primei reguli se pot evidenţia trei posibilităţi de apariţie a hazardului (figurate prin săgeţi) : a) H_1 datorită adiacenţei numerelor de stare 2 şi 3 ale primilor doi implicanţi : b) H_2 datorită adiacenţei numerelor de stare 4 şi 6 ale ultimilor doi implicanţi ; c) H_3 datorită adiacenţei numerelor de stare 1 şi 5 ale primului şi ultimului implicant. În plus, simbolurile de marcare aferente implicanţilor primi permit a se stabili cărei variabile se datoreşte hazardul : H_1 este produs de comutarea lui x_3 ; H_2 — de comutarea lui x_2 ; H_3 — de comutarea lui x_1.

Pentru Y_2 avem :



Se poate evidenţia o singură posibilitate de hazard datorită comutării variabilei x_3 la trecerea din starea 2 în starea 3.

3.I.2. Termenii redondanţi pentru înlăturarea hazardului

Conform celei de a doua reguli, rezultă :

a) pentru Y_1

$$\overset{1}{2/3} \rightarrow D^{x_1 x_2 x_3}_{0\,1\,\underline{0}} = \bar{x}_1 x_2, \text{ pentru eliminarea lui } H_1,$$

$$\overset{2}{4/6} \rightarrow D^{x_1 x_2 x_3}_{1\,\underline{0}\,0} = x_1 \bar{x}_3, \text{ pentru eliminarea lui } H_2,$$

$$\overset{4}{1/5} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{\underline{0}\,0\,1} = \bar{x}_2x_3, \text{ pentru eliminarea lui } H_3;$$

b) pentru Y_2

$$\overset{1}{2/3} \rightarrow D^{x_1x_2x_3}_{0\,\underline{1}\,0} = \bar{x}_1x_2.$$

Circuitul combinaţional cu o funcţionare fără fenomene de concurs pentru orice combinaţie a semnalelor de intrare este descris de funcţiile :

$$Y_1 = \bar{x}_1x_3 \cup x_2\bar{x}_3 \cup x_1\bar{x}_2 \cup \bar{x}_1x_2 \cup x_1\bar{x}_3 \cup \bar{x}_2x_3, \quad Y_2 = \bar{x}_1x_3 \cup x_2\bar{x}_3 \cup x_1\bar{x}_2 \cup \bar{x}_1x_2.$$

3.I.3. Verificare folosind diagramele Karnaugh

Celor două funcţii date prin simbolul de marcare le corespund diagramele K a r n a u g h din fig. 1 (a — pentru Y_1 şi b — pentru Y_2).

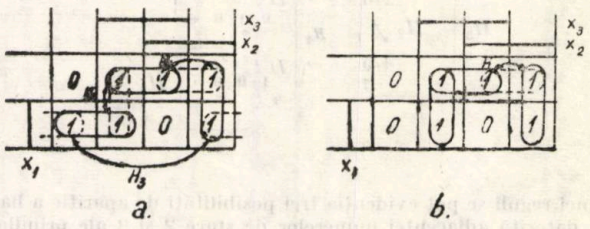


Fig. 1

Prin gruparea cîmpurilor de biţi 1 în aşa fel încît să rezulte cît mai mulţi termeni comuni celor două funcţii, se obţin asocierile marcate cu linie plină. Aceste asocieri conduc la expresiile minimale (3) pentru Y_1 şi Y_2.

În baza indicaţiilor din [1], [3] rezultă următoarele posibilităţi de apariţie a hazardului:

a) pentru Y_1 există trei posibilităţi, marcate prin săgeţi : H_1 datorită lui x_3 ; H_2 datorită lui x_1 ; H_3 datorită lui x_2 ;

b) pentru Y_2 există o singură posibilitate : H datorată lui x_3.

Termenii redondanţi necesari eliminării complete a hazardului rezultă prin reunirea cîmpurilor de unităţi care-l generează (marcat cu linie întreruptă). Rezultă :

a) pentru Y_1 : $\underline{\bar{x}_1x_2}$, $\underline{\bar{x}_2x_3}$, $\underline{x_1\bar{x}_3}$;

b) pentru Y_2 : $\underline{\bar{x}_1x_2}$,

adică termeni identici cu cei stabiliţi conform regulei a doua.

EXEMPLUL II

Aceeaşi problemă ca şi la exemplul I dar pentru un circuit combinaţional cu patru intrări şi trei ieşiri definit prin simbolul de marcare :

$$F(A,\ B,\ C) = D^{x_1x_2x_3x_4}_{\substack{(6,7,10,11,12,13,14,15,16,17)\\(1,3,6,7,10,11,12,13)\\(1,3,6,7,14,15,16,17)}}.$$

Realizînd o minimizare globală, pentru cele trei ieşiri se obţin implicanţii primi :

a) pentru A :

$$H_1 \left\{ \begin{array}{ll} \overset{1}{\rightarrow}6/7 & \rightarrow D^{x_1x_2x_3x_4}_{0\,1\,1\,\underline{0}} = \bar{x}_1x_2x_3, \\ \overset{1\quad 2}{10/11/12\ 13} & \rightarrow D^{x_1x_2x_3x_4}_{1\,\underline{0\,0\,0}} = x_1\bar{x}_2, \\ H_2 \updownarrow\ \overset{1\quad 2}{} & \\ \rightarrow 14/15/16\ 17 & \rightarrow D^{x_1x_2x_3x_4}_{1\,1\,\underline{0\,0}} = x_1x_2; \end{array} \right.$$

b) pentru B :

$$\begin{array}{l} \overset{1}{6/7} \\ 2 \updownarrow H_1 \\ \rightarrow 1/3 \\ H_2 \left| \begin{array}{l} \overset{1}{10}/\overset{2}{11}/12\ 13 \\ \quad\uparrow \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow D_{0\,1\,1\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1x_2x_3, \\ \rightarrow D_{0\,0\,0\,1}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1\bar{x}_2x_4, \\ \rightarrow D_{1\,0\,0\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = x_1\bar{x}_2; \end{array}$$

c) pentru C :

$$\begin{array}{l} \overset{2}{1/3} \\ 1 \updownarrow H_1 \\ \rightarrow 6/7 \\ H_2 \left| \begin{array}{l} \overset{1}{14}/\overset{2}{15}/16\ 17 \\ \quad\uparrow \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow D_{0\,0\,0\,1}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1\bar{x}_2x_4, \\ \rightarrow D_{0\,1\,1\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1x_2x_3, \\ \rightarrow D_{1\,1\,0\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = x_1x_2. \end{array}$$

3.II.1. Posibilități de apariție a hazardului

Pentru fiecare funcție de ieșire există cîte două posibilități de hazard, posibilități evidențiate prin săgeți între numerele de stare care le generează.

3.II.2. Termenii redondanți pentru înlăturarea hazardului

a) Pentru A :

$\overset{10}{6}/16/\overset{1}{7}\ 17 \rightarrow D_{0\,1\,1\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = x_2x_3$, pentru eliminarea lui H_1,

$\overset{4}{10}/14/\overset{1}{11}\ \overset{2}{15}/12\ 16\ 13\ 17 \rightarrow D_{1\,0\,0\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = x_1$, pentru eliminarea lui H_2.

Se observă că dacă nu s-ar fi realizat o minimizare globală ci una individuală nu ar fi apărut H_2.

b) Pentru B :

$\overset{4}{3}/7 \rightarrow D_{0\,0\,1\,1}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1x_3x_4$, pentru eliminarea lui H_1 ;

$\overset{10}{1}/11/\overset{2}{3}\ 13 \rightarrow D_{0\,0\,0\,1}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1x_4$, pentru eliminarea lui H_2.

c) Pentru C :

$\overset{4}{3}/7 \rightarrow D_{0\,0\,1\,1}^{x_1x_2x_3x_4} = \bar{x}_1x_3x_4$, pentru eliminarea lui H_1 ;

$\overset{10}{6}/16/\overset{1}{7}\ 17 \rightarrow D_{0\,1\,1\,0}^{x_1x_2x_3x_4} = x_2x_3$, pentru eliminarea lui H_2.

Astfel, funcțiile care descriu funcționarea fără hazard a circuitului sintetizat sînt :

$$A = \bar{x}_1\bar{x}_2 \cup x_1x_2 \cup x_2x_3 \cup x_1 \cup \bar{x}_1x_2x_3,$$

$$B = x_1\bar{x}_2 \cup \bar{x}_1x_2x_3 \cup \bar{x}_1\bar{x}_2x_4 \cup \bar{x}_1x_3x_4 \cup \bar{x}_2x_4,$$

$$C = x_1x_2 \cup \bar{x}_1x_2x_3 \cup \bar{x}_1\bar{x}_2x_4 \cup \bar{x}_1x_3x_4 \cup x_2x_3.$$

3.II.3. Verificare prin diagrame Karnaugh

Matricile Karnaugh corespunzătoare celor trei funcții sînt prezentate în fig. 2 (*a* — pentru *A*, *b* — pentru *B* și *c* — pentru *C*) în care s-au trecut numai biții 1, pentru claritate.

Cele mai avantajoase asocieri de biți 1 din punct de vedere economic sînt cele reprezentate în fig. 2 cu linie plină. Prin săgeți sînt evidențiate posibilitățile de hazard static. Grupările care permit stabilirea termenilor redondanți pentru eliminarea completă a hazardului sînt indicați prin linie întreruptă. Acești termeni sînt :

a) pentru A : x_2x_3, x_1 : b) pentru B : $\bar{x}_1x_3x_4$, $\bar{x}_2x_4$: c) pentru C : $\bar{x}_1x_3x_4$, x_2x_3 și coincid cu cei stabiliți la metoda simbolică.

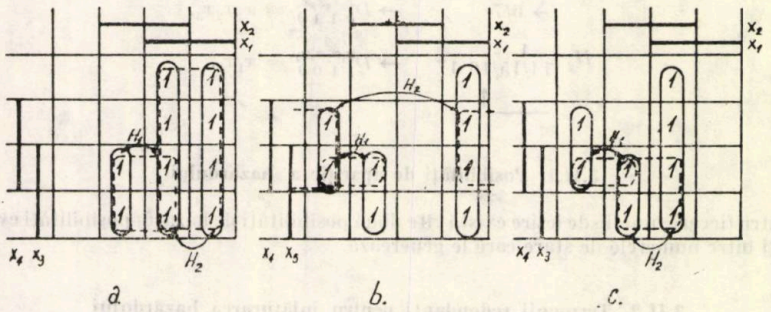


Fig. 2

4. Concluzii

1. S-a stabilit o posibilitate de evidențiere sistematică directă a hazardului static în circuitele combinaționale sintetizate prin metoda simbolică.

2. S-a stabilit, de asemenea, și modul de determinare a termenilor redondanți necesari eliminării fenomenului amintit.

Primită la 17 martie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizările energiei electrice și automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Morris N. M., *Circuits logiques.* Masson et Cie, Paris, 1971.
2. Săvescu M. ș. a., *Circuite electronice.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1969.
3. Lagasse J., *Logique combinatoire et séquentielle.* Dunod, Paris, 1971.
4. Reus N., *Tratarea simbolică a schemelor de comutație.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1971.
5. Naslin P., *Circuite logice și automatizări secvențiale* (trad. din l. franc.). Ed. Tehn., Buc., 1967.

SUR LA DÉTERMINATION DE L'ALÉA STATIQUE DANS LES CIRCUITS LOGIQUES COMBINATOIRES SYNTHÉTISÉS PAR LA MÉTHODE SYMBOLIQUE

(Résumé)

On présente un mode d'établir l'aléa statique dans les circuits logiques combinatoires synthétisés par la méthode symbolique [4]. On établie les termes redondants nécessaires pour supprimer l'aléa statique.

1976 JUN 2 2

40822